UNIVERZA NA PRIMORSKEM
FAKULTETA ZA MATEMATIKO, NARAVOSLOVJE IN
INFORMACIJSKE TEHNOLOGIJE

Magistrsko delo

Metode vzorčenja za namen revizije

(Sampling methods for audit purposes)

Ime in priimek: Neva Černelič Mlač
Študijski program: Matematika s finančnim inženiringom, 2. stopnja
Mentor: izr. prof. dr. Mihael Perman

Koper, september 2018

Ključna dokumentacijska informacija

Ime in PRIIMEK: Neva ČERNELIČ MLAČ

Naslov magistrskega dela: Metode vzorčenja za namen revizije

Kraj: Koper

Leto: 2018

Število listov: 83 Število slik: 23 Število tabel: 11

Število prilog: 1 Število strani prilog: 1 Število referenc: 21

Mentor: izr. prof. dr. Mihael Perman

UDK: 519.226(043.2)

Ključne besede: revizija, metode vzorčenja, MUS vzorčenje, stratifikacija, Stringerjeva meja

Math. Subj. Class. (2010): 62D05, 62P05, 62P20

Izvleček:
Revizijski pregledi pogosto vsebujejo vzorčenje, ker revizija ne more zajeti vseh postavk. Pri tem se pojavljajo vprašanja o načinu vzorčenja, potrebni velikosti vzorcev, statistični natančnosti ocen in načinu poročanja.
V magistrskem delu so obravnavani načini vzorčenja, ki jih Evropska komisija predpisuje za nacionalne urade za revizijski nadzor trošenja evropskih sredstev. Pri tem se pojavijo specifični problemi, ko je treba nepristransko oceniti delež nenamensko porabljenih sredstev z dovolj veliko natančnostjo. Predvsem gre za uporabo MUS vzorčenja, ki pa je lahko tudi stratificirano. Zanesljivo določanje natančnosti in statistične zgornje meje je zahteven problem tako v teoretičnem, kot tudi v smislu praktične implementacije.
Magistrsko delo vsebuje simulacije scenarijev, podobnih dejanskim podatkom, na katerih so preučeni teoretični koncepti. Oprli smo se na koncepte verjetnosti in statistične teorije vzorčenja. Cilj je bil preučiti zanesljivost ocen in primerjati metode z namenom izbire najprimernejše metode. Pomembno sredstvo so bile računalniške simulacije, ki so omogočile vpogled v primernost predlaganih metod.

Key words documentation

Name and SURNAME: Neva ČERNELIČ MLAČ

Title of the master thesis: Sampling methods for audit purposes

Place: Koper

Year: 2018

Number of pages: 83 Number of figures: 23 Number of tables: 11

Number of appendices: 1 Number of appendix pages: 1 Number of references: 21

Mentor: Assoc. Prof. Mihael Perman, PhD

UDC: 519.226(043.2)

Keywords: auditing, sampling methods, MUS sampling, stratifcation, Stringer bound

Math. Subj. Class. (2010): 62D05, 62P05, 62P20

Abstract:
Audit reviews often contain sampling because audit process can not capture all the units. Therefore, questions about sampling methods, sample size, statistical accuracy of estimates and about the way of reporting arise.
The master thesis discusses sampling methods that the European Commission prescribes for national audit offices for the consumption of European funds. Specific problems arise in this regard when the proportion of unintentionally spent funds have to be evaluated unbiasedly with sufficient precision. It mainly involves the use of MUS sampling, which can also be stratified. Reliable determination of accuracy and statistical upper bound is a difficult problem in both theoretical and practical implementation.
The master thesis also contains simulations of scenarios similar to the actual data on which the theoretical concepts are studied. We made use of the concepts of probability and statistical sampling theory. The aim was to examine the reliability of estimates and to compare methods in order to select the most appropriate method. An important tool were computer simulations, which enabled an insight into the appropriateness of the proposed methods.

Kazalo vsebine

Kazalo tabel

Kazalo slik

Kazalo prilog

Seznam kratic

angl.	angleško
ipd.	in podobno
itn.	in tako naprej
MUS	Monetary Unit Sampling
npr.	na primer
oz.	oziroma
tj.	to je

Zahvala

Zahvaljujem se mentorju izr. prof. dr. Mihaelu Permanu za hitro odzivnost, strokovno pomoč, nasvete in potrpežljivost v času pisanja naloge.

Zahvaljujem se tudi mojim bližnjim, ki so mi bili v oporo v času celotnega študija.

1 Uvod

Evropska unija (v nadaljevanju EU) je že v letu 2010 sprejela strategijo, v kateri je opredelila osnovne usmeritve in cilje razvoja EU do leta 2020. Cilji, ki si jih je EU zastavila za čas do leta 2020 so [5]:

- Zaposlovanje
  - 75-odstotna zaposlenost aktivnega prebivalstva v starosti od 20 do 64 let (povečanje s sedanjih 69% na vsaj 75%)
- Raziskave in razvoj
  - investiranje 3% BDP Evropske unije za naložbe v raziskave in razvoj, zlasti za izboljšanje pogojev za naložbe zasebnega sektorja v raziskave in razvoj ter razvoj novega kazalnika za spremljanje inovacij
- Podnebne spremembe in energija
  - emisije toplogrednih plinov za 20% nižje od ravni leta 1990 ali za 30% ob pogojih, ki to omogočajo
  - za 20% povečanje energije iz obnovljivih virov
  - 20-odstotno povečanje energetske učinkovitosti
- Izobraževanje
  - znižanje stopnje zgodnjega opuščanja šolanja na 10% (s sedanjih 15%)
  - povečanje deleža prebivalstva med 30 in 34 letom starosti, ki je končalo terciarno izobraževanje iz sedanjih 31% na vsaj 40%
- Revščina in socialna izključenost
  - zmanjšati število ljudi, ki sta jih prizadela ali jih ogrožata revščina in socialna izključenost in živijo pod nacionalno mejo revščine za 25%, s čimer bi iz primeža revščine rešili 20 milijonov ljudi

Evropska unija je za zadnjo finančno perspektivo namenila 351,8 milijard eur sredstev. Sredstva so razdeljena v več skladov in sicer [6]:

- Evropski sklad za regionalni razvoj;
- Evropski socialni sklad;
- Kohezijski sklad;
- Evropski kmetijski sklad za razvoj podeželja in
- Evropski sklad za pomorstvo in ribištvo.

V obdobju 2014-2020 so do sredstev iz Kohezijskega sklada upravičene Bolgarija, Ciper, Češka, Estonija, Grčija, Hrvaška, Latvija, Litva, Madžarska, Malta, Poljska, Portugalska, Romunija, Slovaška in Slovenija. Kohezijski sklad je namenjen državam članicam EU z bruto nacionalnim dohodkom, manjšim od 90% povprečja EU. Njegov cilj je zmanjševanje ekonomskih in socialnih razlik ter spodbujanje trajnostnega razvoja. Pri določenih razpisih teritorialnega sodelovanja lahko sodelujejo tudi nekatere države, ki niso članice EU (na primer Bosna in Hercegovina, Srbija, Črna Gora, Albanija, Makedonija) [6].

Slovenija v obdobju 2014–2020 razpolaga z okvirno 3,255 milijarde evrov sredstev iz evropskih strukturnih skladov in Kohezijskega sklada, od česar je 159,8 milijona evrov namenjenih instrumentom za povezovanje Evrope (za področje prometa) in 64 milijonov evrov za programe Evropskega teritorialnega sodelovanja. Ostala, večina sredstev, v največji meri upošteva uresničevanje Strategije EU 2020 in je prednostno usmerjena v štiri ključna področja za gospodarsko rast ter ustvarjanje delovnih mest [10].

V Sloveniji je sistem izvajanja evropskih skladov centraliziran, kljub temu, da je Slovenija razdeljena na dve kohezijski regiji (vzhodna in zahodna). Slovenija je ustanovila enoten organ upravljanja, to je Služba vlade Republike Slovenije za razvoj in evropsko kohezijsko politiko (SVRK), ki deluje v okviru Ministrstva za gospodarstvo. Kot plačilni organ nastopa Ministrstvo za finance, ki skupaj z Uradom za nadzor proračuna vrši tudi funkcijo neodvisnega finančnega nadzornega organa.

Z Uredbo EU št. 1303/2013 [18] so natančno predpisani postopki in pravila za dodeljevanje sredstev, merila, ki jih morajo izpolnjevati države članice, da lahko dostopajo do teh sredstev, prednostni cilji, ki jih morajo države izpolnjevati za upravičenost do sredstev, merila za dodeljevanje končnim upravičencem ter splošna pravila, ki se uporabljajo za sklade glede upravljanja in nadzora, finančnega upravljanja, računovodstva in finančnih popravkov.

Razpise za nekatere programe objavlja SVRK, predvsem za sredstva kohezijskega sklada. Pri programih teritorialnega sodelovanja, pri katerih je udeleženih več držav, ustanovijo skupni sekretariat, ki razpisuje in odobrava sredstva, SVRK pa opravlja funkcijo nacionalnega organa upravljanja. Za sredstva iz ostalih skladov razpise pripravljajo in izvajajo posamezna ministrstva. Sredstva za večje projekte, predvsem za večje infrastrukturne projekte, razpisuje direktno Evropska komisija. Vsi ti organi, ki razpisujejo evropska sredstva, že v fazi sprejemanja prijav preverjajo upravičenost stroškov in njihovo skladnost z razpisnimi pogoji. Naknadno kontrolo skladnosti izvedenih programov izvajajo različni organi kot sta SVRK in Ministrstvo za finance in revizijske komisije sestavljene tako na nacionalnem nivoju, kot tudi na nivoju Evropske komisije.

1.1 Razlogi za vzorčenje

Ko so sredstva iz skladov izkoriščena, Nacionalni uradi za nadzor proračuna v državah članicah EU uporabljajo vzorčenje za to, da ocenijo delež nenamensko potrošenih sredstev iz evropskih skladov.

Vzorčenje za namen revizije je definirano kot "izbira in vrednotenje manj kot 100 odstotkov populacije, ki so relevantni za revizijo tako, da revizor pričakuje, da bodo izbrani elementi (vzorec) reprezentativni za populacijo in s tem verjetno zagotavljali razumno podlago za zaključke glede populacije [1]". Vzorčenje se uporablja pri raziskavah mnenj, tržnih analizah, znanstvenih in medicinskih raziskavah, pri katerih se želi priti do sklepa pri velikem obsegu podatkov s preučevanjem le dela teh podatkov. Obstajajo pa razlike med vzorčenjem za namen revizije in za uporabo drugje. Računovodske populacije se razlikujejo od večine ostalih populacij, saj so podatki nabrani, izbrani in povzeti preden revizor začne s testiranjem. Običajno je cilj revizorja podkrepiti natančnost določenih podatkov ali oceniti učinkovitost kontrol v obdelavi podatkov. Revizorski postopek je v splošnem ocena, ali je neka količina pomembne napačne navedbe, ne pa določitev prvotnih količin [1].

Razlogov za vzorčenje je več. Preučevanje podatkov zahteva čas in denar. Revizorji imajo večinoma opravka z velikimi populacijami in pri velikih populacijah je pregledovanje vsakega posameznega elementa populacije nesmiselno in časovno zelo potratno, zato z vzorčenjem prihranimo čas in posledično tudi denar.

1.2 Regulatorni okvir

Naloge revizijskega organa so določene v UREDBI SVETA (ES) št. 1083/2006 [16], UREDBI SVETA (ES) št. 1198/2006 [17] in UREDBI (EU) št. 1303/2013 [18]. Naloga revizijskega organa je zagotovitev, da se izvedejo revizije o pravilnem delovanju sistema upravljanja in nadzora za operativne programe in ustreznega vzorca operacij na podlagi prijavljenih izdatkov. Praviloma se uporabljajo statistične metode vzorčenja, nestatistične metode pa le po strokovni presoji revizijskega organa v utemeljenih primerih [1], v skladu z mednarodnimi revizijskimi standardi, v vsakem primeru pa, kadar zaradi nezadostnega števila operacij za računovodsko leto, statistične metode ni mogoče uporabiti.

Revizijski organ je zlasti odgovoren za:

- zagotavljanje, da se revizije izvajajo tako, da se preveri uspešnost sistema upravljanja in nadzora operativnega sistema;
- zagotavljanje da se revizije projektov izvajajo na ustreznem vzorcu, da se preverijo prijavljeni izdatki;
- posredovanje revizijske strategije Komisiji;
- zagotavljanje, da organ za upravljanje in organ za potrjevanje prejmeta vse potrebne podatke o revizijah in nadzorih;
- posredovanje letnega nadzora poročila Komisiji in poročanje o ugotovljenih pomanjkljivostih;
- izdajo mnenja na podlagi nadzora in revizij, z namenom, da se ugotovi, ali sistem upravljanja in nadzora deluje uspešno;
- posredovanje izjave o zaključku, ki ocenjuje veljavnost zahteve za izplačilo plačila in zakonitost ter pravilnost poslovnih dogodkov.

Revizijski organ mora zagotoviti, da je revizija opravljena po mednarodnih revizijskih standardih.

UREDBA KOMISIJE (ES) št. 1828/2006 [19], UREDBA KOMISIJE (ES) št. 498/2007 [20] in DELEGIRANA UREDBA KOMISIJE (EU) št. 480/2014 [21] pa določajo metodologijo za izbor vzorca operacij, vzorčenje in tehnične parametre za naključno statistično

[1] Z nestatistično metodo lahko revizijski organi revidirajo v primeru nezadostnega števila operacij v računovodskem letu in zato ni mogoče uporabiti statističnih metod. Za uporabo nestatističnih metod pa mora biti zajetih najmanj 5% operacij za katere so bili prijavljeni izdatki za posamezno računovodsko leto in najmanj 10% prijavljenih izdatkov.

vzorčenje.

Glede metodologije za izbor vzorca operacij je določeno, da metodo za izbor vzorca določi revizijski organ, ob upoštevanju mednarodno priznanih revizijskih standardov. Glede metode vzorčenja je najpomembneje, da mora biti vzorec reprezentativen in naključno izbran.

Za revizijski organ je metoda vzorčenja statistična, če zagotavlja naključni izbor vzorčnih enot in uporabo teorije verjetnosti za vrednotenje vzorčnih rezultatov.

Glede samega vzorčenja je opredeljeno, da vzorec operacij, ki se revidira, temelji na metodi naključnega statističnega vzorčenja in, da metoda, ki se uporablja za izbor vzorca in pripravo zaključkov in rezultatov upošteva mednarodno sprejete revizijske standarde in je dokumentirana. Revizijski organ določi ustrezno metodo statističnega vzorčenja, ki jo je potrebno uporabiti, upoštevaje znesek izdatkov, število in vrste operacij ter druge pomembne dejavnike.

Metoda naključnega statističnega vzorčenja omogoča, da se na podlagi rezultatov revizij vzorca zberejo ugotovitve o skupnih izdatkih, ki so služili kot vzorec, s tem pa se dobi zagotovilo o delovanju sistemov upravljanja in nadzora.

Revizijski organ ovrednoti zanesljivost sistemov (visoka, povprečna ali nizka), pri tem pa upošteva rezultate revizij sistemov, in tako določi tehnične parametre vzorčenja, zlasti stopnjo zaupanja in pričakovano stopnjo napake. Skupna stopnja zaupanja, na podlagi revizij sistemov in revizij operacij, mora biti visoka. V operativnih programih, za katere je predvidena stopnja napak nad ravnjo pomembnosti, revizijski organ analizira pomembnost in ustrezno ukrepa.

Revizijski organ mora za izvajanje revizij v 8 mesecih po sprejetju operativnega programa pripraviti revizijsko strategijo, lahko tudi skupno za več operativnih programov. V strategiji opredelijo revizijsko metodologijo in metode vzorčenja. Revizijsko strategijo mora revizijski organ posodabljati vsako leto trajanja operativnega programa. Revizijski organ sestavi poročilo o opravljenem nadzoru, ki ga pošlje evropski komisiji.

2 Statistični koncepti

Metode vzorčenja zajemajo dva elementa, ki skupaj zagotovita okvir za izračun velikosti vzorca: vzorčenje (npr. z enako verjetnostjo, verjetnost sorazmerna z velikostjo) in postopek projekcije (ocene). Metode vzorčenja se razlikujejo predvsem med statističnimi in nestatističnimi metodami vzorčenja [4].

Statistična metoda vzorčenja ima naslednje lastnosti:

- vsaka enota v populaciji ima poznano in pozitivno verjetnost izbire;
- zagotovljena mora biti naključnost, z uporabo primerne programske opreme za generiranje naključnih števil;
- velikost vzorca je izračunana tako, da omogoča doseganje željene stopnje natančnosti.

Statistična izbira vključuje dva načina izbire: naključna izbira in sistematična izbira. V primeru naključne izbire, so števila generirana naključno, za vsako enoto populacije, z namenom izbire enot, ki predstavljajo vzorec. Pri sistematični izbiri se uporabi naključno izbrano začetno točko, nato se uporabi sistematično pravilo za izbiro dodatnih enot (npr. vsako dvajseto enoto po začetni točki). Običajno metode enake verjetnosti temeljijo na naključnem vzorčenju, MUS vzorčenje pa temelji na sistematični izbiri.

Nestatistična metoda vzorčenja ne omogoča izračuna natančnosti, posledično ni nadzora nad revizijskim tveganjem in je nemogoče zagotoviti, da je vzorec reprezentativen, zato mora biti napaka ocenjena empirično. [4]

Nestatistični izbor zajema:

- Haphazard izbiro, ki je "lažno naključna" izbira v smislu, da nekdo "naključno" izbira enote, kar implicira neizmerljivo pristranskost izbire (npr. enote so enostavnejše za analizo, jih je mogoče preprosto oceniti ipd.);
- Bločna izbira, ki je podobna izbiri po skupinah populacijskih enot (angl. cluster sampling), kjer je skupina izbrana nenaključno;

- Izbira po presoji (angl. judgement selection), ki temelji izključno na presoji revizorja, ne glede na utemeljitev (npr. enote s podobnimi imeni, operacije, ki temeljijo na določenem področju raziskav itn.);
- Vzorčenje na podlagi tveganja, ki združuje elemente zgoraj naštetih možnosti.

2.1 Verjetnostno vzorčenje, primeri

Verjetnostno vzorčenje temelji na tem, da ima vsaka enota v populaciji poznano, neničelno verjetnost, da bo izbrana v vzorec. Zaradi tega se lahko iz vzorčnih podatkov konstruirajo nepristranske ocene populacijskih parametrov, ki so linearne funkcije observacij (npr. populacijsko povprečje, vsote, razmerja) [9]. Le verjetnostni vzorci lahko zagotovijo oceno natančnosti, kot tudi možnost, da se ugotovitve posploši iz vzorca na populacijo [3]. Obstaja več vrst verjetnostnega vzorčenja:

Enostavno slučajno vzorčenje je metoda vzorčenja, kjer je izbira enot naključna, kar lahko vključuje dodelitev števil vsem enotam in nato izbiro enot z generatorjem naključnih števil. Primer enostavnega slučajnega vzorčenja je eksperiment žare, pri katerem iz posode (žare) vlečemo kroglice, ki so v njej. Izbrane kroglice nato predstavljajo vzorec. Prednost enostavnega slučajnega vzorčenja je, da generira vzorce, ki so zelo reprezentativni glede na populacijo. Prav tako predstavlja prednost odsotnost sistematične napake in pristranskosti vzorčenja. Po drugi strani pa predstavlja mučen, dolgotrajen in zato tudi dražji proces, predvsem pri ustvarjanju večjih vzorcev [12].

Stratificirano slučajno vzorčenje vključuje proces razdelitve enot v skupine, glede na njihove lastnosti in nato uporabo enostavnega slučajnega vzorčenja za izbiro enot iz skupin. Tak način vzorčenja generira stratume ali sloje, ki so zelo reprezentativni glede na stratume v populaciji. Tako kot pri enostavnem slučajnem vzorčenju je tudi v tem primeru proces mučen in dolgotrajen, predvsem pri večjih vzorcih [12].

Sistematično vzorčenje pomeni, da se vzorec izbere tako, da se izbere vsak n-ti element iz celotnega in naključno narejenega seznama populacije. Prednost takega načina vzorčenja je, da se izbere zelo reprezentativen vzorec populacije, brez uporabe generatorja naključnih števil, ni pa tako naključen kot je enostavno slučajno vzorčenje [12].

Naključno vzorčenje po skupinah (angl. Cluster random sampling) je način izbire enot iz seznama, ki je prevelik za enostavno slučajno vzorčenje, zato je potrebno naključno izbrati skupine iz populacije in iz teh skupin naključno zbrati enote, ki nato sestavljajo vzorec. Metoda je uporabna predvsem v primeru raznovrstne in razširjene populacije. Prednost predstavlja enostavna uporaba, ki prihrani veliko časa. Po drugi strani pa se lahko zgodi, da metoda ne deluje dobro, če enote v populaciji niso homogene (se razlikujejo med seboj) [12].

Večstopenjsko naključno vzorčenje (angl. Multi - stage Random Sampling) pa uporablja kombinacijo različnih metod. Populacija se po tej metodi deli na skupine na različnih stopnjah (skupina znotraj skupine, znotraj skupine itn.). Vzorec se na koncu izbere iz najmanjše skupine [12].

2.2 Vzorčne ocene, standardne napake, intervali zaupanja

Vzorčne ocene

Pri velikosti vzorca je variabilnost zelo vpliven parameter. Standardni odklon je mera variabilnosti populacije okoli povprečja in se ga lahko izračuna z uporabo napak ali knjigovodskih vrednosti. Ko se računa standardni odklon populacije, se ga običajno označi s σ, v primeru izračuna na vzorcu populacije pa je označen kot s. Večji kot je standardni odklon, bolj je populacija (ali vzorec) heterogena.

Standardni odklon je najpogostejša mera variabilnosti, saj je lažje razumljiva kot varianca. Varianca (σ^2 za populacijo ali s^2 za vzorec) je definirana kot kvadrat standardnega odklona. Standardni odklon je izražen v enotah spremenljivke, za katero želimo izračunati variabilnost, med tem, ko je varianca izražena kot kvadrati enot spremenljivk, za katere želimo izračunati variabilnost in predstavlja enostavno povprečje kvadratov vrednosti odklona spremenljivke okoli povprečja [4].

Populacijsko varianco izračunamo kot [4]:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(V_i - \bar{V})^2, \tag{2.1}$$

kjer je n število enot v populaciji, V_i predstavlja posamezne vrednosti spremenljivke V in $\bar{V} = \frac{\sum_{i=1}^{n} V_i}{n}$ predstavlja povprečno vrednost spremenljivke V.

V primeru, da se varianca računa na vzorčnih podatkih, je potrebno uporabiti alternativno formulo:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(V_i - \bar{V})^2 \tag{2.2}$$

za kompenzacijo stopinj prostosti, izgubljenih pri oceni vzorčnega povprečja $\bar{V}$.

Standardni odklon je tako kvadratni koren variance:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(V_i - \bar{V})^2}. \tag{2.3}$$

Standardne napake

Standardna napaka povprečja pove, koliko se vzorčno povprečje razlikuje od populacijskega povprečja, torej kako natančna je ocena povprečja. Razlikuje se od standardnega odklona, saj standardni odklon pojasni variabilnost podatkov okoli povprečja. Za izračun standardne napake povprečja vzorca x se uporabi standardni odklon vzorca s in velikost vzorca n:

$$s_x = \frac{s}{\sqrt{n}}. \tag{2.4}$$

Nižja kot je vrednost standardnega odklona, boljša je ocena povprečja.

Intervali zaupanja

Interval zaupanja je interval, ki naj bi vseboval pravo (nepoznano) populacijsko vrednost (napako), z neko verjetnostjo (imenovano interval zaupanja). Interval zaupanja izračunamo kot:

$$[EE - SE; EE + SE], \tag{2.5}$$

kjer:

- EE predstavlja napovedano ali ekstrapolirano napako, ustreza tudi najverjetnejši napaki (angl. MLE - Most Likely Error) pri terminologiji MUS;
- SE predstavlja točnost (angl. SE - Sampling Error).

Napovedana oz. ekstrapolirana napaka in zgornja meja napake (angl. ULE - Upper Limit Error)$(EE + SE)$ sta najpomembnejša instrumenta pri zaključevanju, ali je populacija operacij materialno napačno ocenjena ali ne[2]. Zgornjo mejo napake je mogoče izračunati le, ko se uporabi statistično vzorčenje, zato je napovedana napaka (EE) v primeru nestatističnega vzorčenja vedno najboljša ocena napake v populaciji. [4]

Ko se uporablja statistično vzorčenje, se lahko pojavijo naslednje situacije [4]:

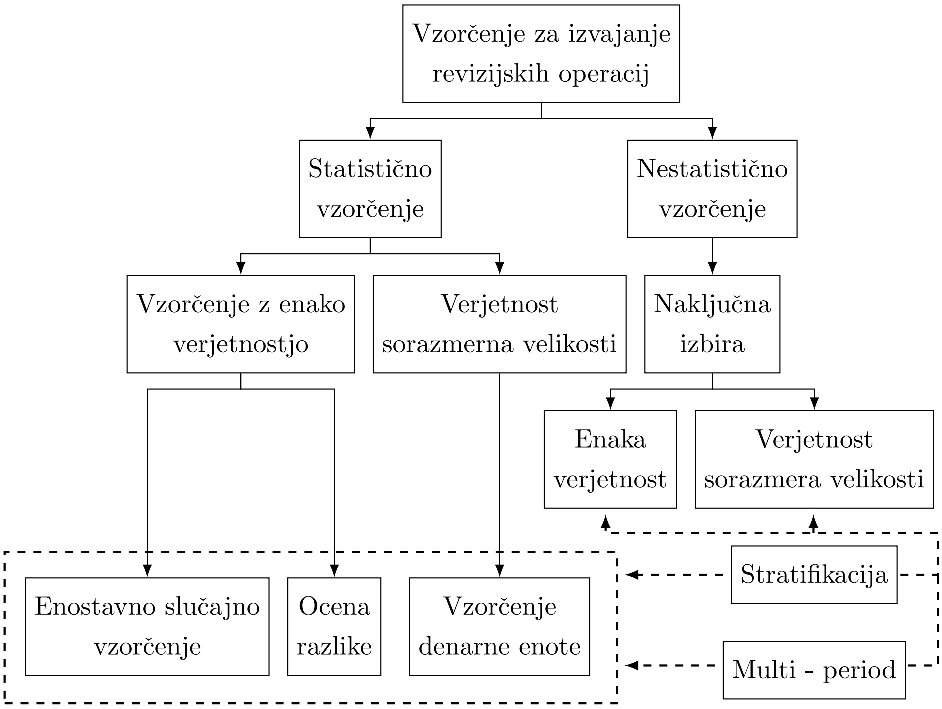
- Če je napovedana napaka (EE) večja kot je stopnja pomembnosti (v nadaljevanju 2%), revizijski organ zaključi, da obstaja materialna napaka;
- Če je napovedana napaka (EE) manjša od 2% in zgornja meja nižja od 2%, revizijski organ zaključi, da populacija ni napačno ocenjena za več kot 2%, pri določeni stopnji vzorčnega tveganja;
- Če je napovedana napaka (EE) nižja od 2% in zgornja meja višja od 2%, revizijski organ zaključi, da je potrebno dodatno delo, ki lahko vključuje zahtevo, da revidirani objekt razišče napake, dodatna testiranja za zmanjšanje vzorčnega tveganja in uporabo dodatnih revizijskih procedur za pridobitev dodatnih zagotovil.

Dejstvo je, da v večini primerov, kjer je zgornja meja krepko nad 2%, se to lahko prepreči ali minimizira, če revizijski organ upošteva realno napovedano napako, ko računa originalno velikost vzorca. V določenih primerih, ko je projicirana napaka nižja od 2% in zgornja meja višja od 2%, lahko revizijski organ ugotovi, da so rezultati še vedno prepričljivi za manjši interval zaupanja, kot je bil načrtovan. Ko je ponovno izračunana stopnja zaupanja še vedno združljiva z oceno kakovosti upravljanja in kontrolnimi sistemi, bi bilo tudi brez izvajanja dodatnega revizijskega dela varno zaključiti, da populacija nima pomembne napačne navedbe [4].

2.3 Posebnosti za namen revizije

Znotraj revizijskih operacij je namen vzorčenja izbrati postopke, ki bodo revidirani z vsebinskimi testi. Populacija vsebuje izdatke, ki so prijavljeni Komisiji za operacije znotraj programa/skupine programov v referenčnem obdobju. Slika 1 prikazuje najpogosteje uporabljene metode vzorčenja za namen revizije [4].

[2]Statistične metode omogočajo tudi izračun spodnje meje napake, ki pa je manjšega pomena za vrednotenje rezultatov.



Slika 1: Metode vzorčenja za izvajanje revizijskih operacij

Prva razlika med metodami vzorčenja se pojavi med statističnimi in nestatističnimi metodami vzorčenja. Znotraj statističnih metod, je glavna razlika med metodami, ki temeljijo na verjetnostni izbiri: metode izbire z enako verjetnostjo (vključno z enostavnim naključnim vzorčenjem in oceno razlike) in metodo, ki uporabi verjetnost sorazmerno velikosti, kjer izstopa metoda MUS.

Metoda MUS (angl. Monetary Unit Sampling) je metoda verjetnosti sorazmerne velikosti (angl. Probability Proportional to Size - PPS sampling). Ime izhaja iz dejstva, da so operacije izbrane z verjetnostmi, ki so sorazmerne njihovim denarnim (monetarnim) vrednostim. Višja kot je monetarna vrednost, večja je verjetnost izbire. [4]

Kljub specifični izbiri metod vzorčenja, morajo revizijske operacije z vzorčenjem vedno slediti osnovni strukturi [4]:

1. **Opredelitev ciljev vsebinskih testov:** običajno je to določitev stopnje napake izdatkov, prijavljenih Komisiji za določeno leto programa/skupine programov, ki temelji na projekciji iz vzorca.

2. **Definicija populacije:** definirajo se izdatki, prijavljeni Komisiji za določeno leto programa/skupine programov in vzorčna enota, ki je izbrana za vzorec (običajno operacija, na voljo so tudi druge možnosti, kot npr. zahtevek za plačilo).

3. **Definicija parametrov populacije:** ta korak vključuje definicijo sprejemljive napake (2% izdatkov prijavljenih Komisiji), pričakovano napako s strani revizorja, interval zaupanja (ki upošteva model revizijskega tveganja) ter mero variabilnosti populacije.

4. **Določitev velikost vzorca** glede na uporabljeno metodo vzorčenja. Končna velikost vzorca je vedno zaokrožena na najbližje celo število. V primeru, da je velikost vzorca računana za različne stratume in obdobja, je sprejemljivo, da velikosti vzorcev za določene stratume/obdobja niso zaokrožene, pri tem, da je splošni vzorec zaokrožen.

5. **Izbira vzorca in izvedba revizije.**

6. **Predstavitev rezultatov, izračun natančnosti in priprava zaključka:** ta korak zajema izračun natančnosti in napovedane napake ter primerja dobljene rezultate s stopnjo pomembnosti.

Izbira določene metode vzorčenja izboljša prvotno strukturo z zagotovitvijo formule za izračun velikosti vzorca in okvira za predstavitev rezultatov. Specifične formule za določitev velikosti vzorcev se razlikujejo glede na izbrano metodo vzorčenja. Kljub izbrani metodi vzorčenja, bo velikost vzorca odvisna od treh parametrov [4]:

- Stopnja zaupanja (višja kot je, večji bo vzorec);
- Variabilnost populacije (večja kot je, večja bo velikost vzorca);
- Načrtovana natančnost, ki jo določi revizor (v primeru pričakovane napake pod 2%, večja kot je napaka, večja je velikost vzorca).

Kljub vsemu pa eno pomembno pravilo palca pravi, da se nikoli ne uporablja vzorca, ki vsebuje manj kot 30 enot (z namenom, da bi porazdelitvene predpostavke, uporabljene za določitev intervala zaupanja, držale) [4].

3 Vzorčne metode

3.1 Enostavno slučajno vzorčenje

Enostavno slučajno vzorčenje (angl. simple random sampling) je najbolj poznana metoda vzorčenja med metodami, ki uporabljajo izbiro z enako verjetnostjo. Cilja k temu, da bi stopnjo napake, ki je bila ugotovljena na vzorcu, projicirala na celotno populacijo [4]. Vsak posamezen vzorec velikosti n ima enako verjetnost, da se pojavi, tj. vsak od $\binom{N}{n}$ možnih vzorcev velikosti n, izbranih brez zamenjave, ima enako verjetnost, da bo izbran. Privzamemo, da je vzorčenje izvedeno brez zamenjave, tako da se vsaka enota iz populacije v vzorcu pojavi največ enkrat. Dejanska kompozicija vzorca se običajno določi z uporabo tabele naključnih števil ali generatorjem naključnih števil na računalniku [11].

Enostavno slučajno vzorčenje je generična metoda, ki ustreza različnim vrstam populacij, čeprav, ker ne uporablja pomožnih informacij, običajno zahteva večje velikosti vzorcev kot MUS (kadar se raven izdatkov znatno razlikuje med operacijami in obstaja pozitivna povezava med izdatki in napakami). Kot ostale metode, se lahko tudi metodo enostavnega slučajnega vzorčenja kombinira s stratifikacijo [4].

Velikost vzorca

Izračun vzorca velikosti n v okviru enostavnega slučajnega vzorčenja temelji na naslednjih informacijah [4]:

- Velikost populacije N;
- Stopnja zaupanja, določena z revizijo sistemov in povezanega koeficienta z iz normalne porazdelitve;
- Maksimalna dopustna napaka TE (angl. Tolerable Error); običajno 2% skupnih izdatkov;
- Pričakovana napaka AE (angl. Anticipated Error), ki jo določi revizor na podlagi strokovne presoje in predhodnih informacij;
- Standardni odklon napak σ_e.

Velikost vzorca se izračuna na sledeč način:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2, \tag{3.1}$$

kjer je σ_e standardni odklon napak v populaciji. V zgornji enačbi se predpostavlja, da je standardni odklon napak v celotni populaciji znan. V praksi to skoraj nikoli ni res in se morajo revizijski organi zanesti na historične podatke (standardni odklon populacije za prejšnje obdobje) ali pa na predhodni/pilotni vzorec z majhnimi velikostmi vzorcev (priporočljivo je, da ni manjši kot 20 do 30 enot).

Ko imamo opravka z majhno velikostjo populacije, tj. da končni vzorec zajema velik del celotne populacije (praviloma več kot 10% populacije), se lahko za izračun velikosti vzorca uporabi natančnejšo formulo:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2 \Bigg/ \left(1 + \left(\frac{\sqrt{N} \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2 \right). \tag{3.2}$$

Ta popravek velja za enostavno slučajno vzorčenje in za razliko ocene. Lahko se ga uvede tudi v dveh korakih, z izračunom velikosti vzorca n, z običajno formulo, in jo zaporedno popraviti z uporabo $n' = \frac{n \times N}{n + N - 1}$ [4].

Za izračun predhodne ocene variance napak (kvadrat standardnega odklona) se uporabi predhodni vzorec velikosti n^p:

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{n^p - 1} \sum_{i=1}^{n^p} (E_i - \bar{E})^2, \tag{3.3}$$

kjer E_i predstavlja napake za posamezne enote v vzorcu in $\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^{n^p} E_i}{n^p}$ predstavlja povprečno napako vzorca.

Projicirana napaka

Obstajata dva načina za projiciranje napake vzorčenja na populacijo. Prva temelji na oceni povprečja na enoto (angl. mean-per-unit estimation), kjer se uporabijo absolutne napake, druga pa temelji na oceni razmerij (angl. ratio estimation), ker se uporabijo stopnje napak [4].

Ocena povprečij na enoto (absolutne napake):

$$EE_1 = N \times \frac{\sum_{i=1}^{n} E_i}{n}, \tag{3.4}$$

kjer je povprečna napaka na opazovano operacijo v vzorcu pomnožena s številom operacij v populaciji [4].

Ocena razmerij (stopnje napak):

$$EE_2 = BV \times \frac{\sum_{i=1}^{n} E_i}{\sum_{i=1}^{n} BV_i}, \tag{3.5}$$

kjer je povprečna stopnja napake opazovane v vzorcu pomnožena s knjigovodsko vrednostjo (angl. Book Value BV_i) pri določeni stopnji populacije [4].

Vnaprej ni mogoče vedeti katera metoda ekstrapolacije je boljša, saj so njune relativne koristi odvisne od stopnje asociacije med napakami in izdatki. Praviloma bi se moralo prvo metodo uporabljati, ko se pričakuje, da bodo napake relativno neodvisne od stopnje izdatkov (večje napake je mogoče najti v napakah visoke ali nizke stopnje izdatkov), medtem ko bi se moralo drugo metodo uporabljati, ko se pričakuje visoko stopnjo povezanosti med napakami in izdatki (enote z višjo vrednostjo običajno kažejo večje napake). V praksi se ta ocena lahko naredi z uporabo vzorčnih podatkov, saj se odločitev o metodi ekstrapolacije lahko sprejme po tem, ko je vzorec izbran in revidiran. Za izbiro najprimernejše metode ekstrapolacije bi se moralo uporabiti vzorčne podatke za izračun variance knjigovodskih vrednosti vzorčnih enot (VAR_{BV}) in kovariance med napakami in knjigovodskimi vrednostmi na istih enotah ($COV_{E,BV}$). Formalno se lahko uporabi metodo ocene razmerij, ko je $\frac{COV_{E,BV}}{VAR_{BV}} > ER/2$, kjer ER predstavlja vzorčno napako, tj. razmerje med vsoto napak v vzorcu in revidiranimi izdatki. V primeru, ko pogoj ni preverjen, je potrebno za projiciranje napak na populacijo uporabiti metodo ocene povprečij na enoto [4].

Natančnost

Natančnost (vzorčna napaka) je mera negotovosti, povezane s projekcijo (ekstrapolacijo). Izračunana je glede na metodo, ki je bila uporabljena za ekstrapolacijo [4].

Ocena povprečij na enoto (absolutne napake):

Natančnost pri uporabi metode ocene povprečij na enoto se izračuna z uporabo naslednje formule:

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}, \tag{3.6}$$

kjer je s_e standardni odklon napak v vzorcu (sedaj izračunan iz istega vzorca, ki je bil uporabljen za projekcijo napak na populacijo):

$$s_e^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (E_i - \bar{E})^2. \tag{3.7}$$

Ocena razmerij (stopnje napak):

Natančnost pri uporabi metode ocene razmerij se izračuna z uporabo naslednje formule:

$$SE_2 = N \times z \times \frac{s_q}{\sqrt{n}}, \tag{3.8}$$

kjer je s_q standardni odklon spremenljivke q:

$$q_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} E_i}{\sum_{i=1}^{n} BV_i} \times BV_i. \tag{3.9}$$

Ta spremenljivka je za vsako enoto iz vzorca izračunana kot razlika med njeno napako in produktom knjigovodske vrednosti in stopnje napake vzorca.

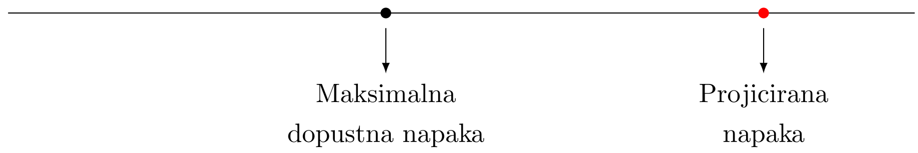
Vrednotenje

Za sklep o pomembnosti napak je potrebno izračunati zgornjo mejo napake (ULE). Zgornja meja napake je enaka vsoti projicirane napake EE in natančnosti ekstrapolacije SE:

$$ULE = EE + SE. \tag{3.10}$$

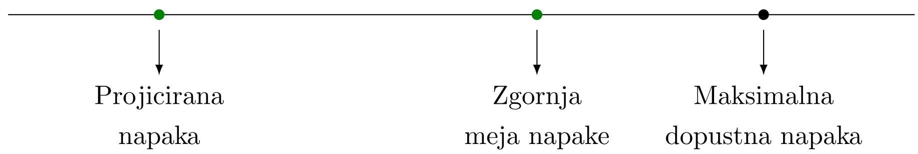
Nato je potrebno projicirano napako in zgornjo mejo primerjati z najvišjo dopustno napako, da se pripravi revizijske zaključke [4]:

- Če je projicirana napaka večja kot je maksimalna dopustna napaka (Slika 2) pomeni, da bo revizor zaključil, da obstaja dovolj dokazov, da so napake v populaciji večje kot je prag pomembnosti.



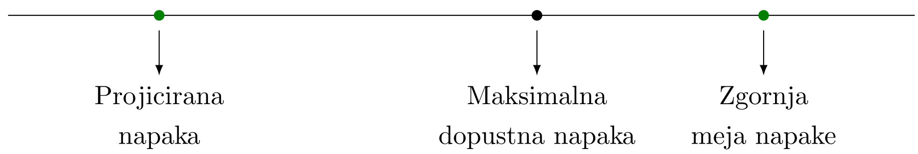
Slika 2: Projicirana napaka je večja kot maksimalna dopustna napaka

- Če je zgornja meja napake nižja od maksimalne dopustne napake (Slika 3), bo revizor zaključil, da so napake v populaciji nižje od praga pomembnosti.



Slika 3: Zgornja meja napake je nižja od maksimalne dopustne napake

- Če je projicirana napaka nižja od maksimalne dopustne napake in zgornja meja napake večja kot je maksimalna dopustna napaka (Slika 4) pomeni, da rezultati vzorčenja niso prepričljivi.



Slika 4: Projicirana napaka je nižja od maksimalne dopustne napake in zgornja meja napake je večja od maksimalne dopustne napake

3.1.1 Stratificirano enostavno slučajno vzorčenje

Pri stratificiranem enostavnem slučajnem vzorčenju se populacija razdeli na pod - populacije, ki jim pravimo stratumi. Iz vsakega stratuma so izbrani neodvisni vzorci z uporabo standardnega pristopa enostavnega slučajnega vzorčenja. Pri stratifikaciji je cilj najti skupine (stratume), ki imajo manjšo variabilnost kot celotna populacija. Pri enostavnem slučajnem vzorčenju je stratifikacija na podlagi stopnje izdatkov na operacijo običajno dober pristop, ko se pričakuje, da bo stopnja napake povezana s stopnjo izdatkov. Obstajajo pa tudi druge spremenljivke, ki so lahko dobre kandidatke za stratifikacijo in lahko pojasnijo stopnje napak v operacijah (npr. programi, regije, razredi glede na tveganost operacije, itn.) [4].

Velikost vzorca

Velikost vzorca se izračuna kot [4]:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2, \tag{3.11}$$

kjer je σ_w tehtano povprečje varianc napak na celotni množici stratumov:

$$\sigma_w = \sum_{h=1}^{H} \frac{N_h}{N} \sigma_{eh}^2. \tag{3.12}$$

Varianca napak za vsak stratum σ_{eh} se izračuna za vsak stratum kot neodvisna populacija kot:

$$\sigma_{eh}^2 = \frac{1}{n_h^p} \sum_{i=1}^{n_h^p} E_{hi} - \bar{E_h}^2, \quad h = 1, 2, ..., H, \tag{3.13}$$

kjer E_{hi} predstavlja posamezne napake za enote v vzorcu stratuma h, $\bar{E}_h$ pa predstavlja povprečno napako vzorca v stratumu h.

Te vrednosti lahko temeljijo na predhodnem znanju ali na predhodnem/pilotnem vzorcu majhne velikosti. V primeru, da predhodni podatki niso na voljo, ali ni mogoče dostopati do pilotnega vzorca, se lahko velikost vzorca izračuna s standardnim pristopom (za prvo leto obdobja). Podatki, ki so bili zbrani v revizijskem vzorcu za prvo leto, se lahko uporabijo za izboljšavo izračuna velikosti vzorca za naslednja obdobja. Pomanjkanje informacij v prvem letu se bo kazalo v tem, da bo najverjetneje vzorec za prvo leto večji kot bi bil potreben, če bi bili na voljo pomožni podatki o stratumih [4].

Ko je enkrat izračunana skupna velikost vzorca n, je razdelitev vzorca po stratumih:

$$n_h = \frac{N_h}{N} \times n. \tag{3.14}$$

To je splošna metoda razdelitve, poznana kot proporcionalna/sorazmerna razdelitev. Obstajajo tudi druge metode razdelitve, bolj prilagojena razdelitev lahko v nekaterih primerih prinese dodatne pridobitve natančnosti ali zmanjšanje velikosti vzorca. Natančnost ostalih metod razdelitve pri določeni populaciji zahteva nekaj tehničnega znanja o teoriji vzorčenja, saj se lahko zgodi, da določena metoda razdelitve proizvede vzorec zelo majhne velikosti za enega ali več stratumov. V praksi se priporoča, da se uporablja vzorec, ki ima vsaj 3 enote za vsak stratum v populaciji, da se lahko zagotovi izračun standardnega odklona, ki je nujen za izračun natančnosti [4].

Projicirana napaka

Na podlagi H naključno izbranih vzorcev operacij (velikosti vzorcev so izračunane na podlagi zgornjih formul), se lahko projicirano napako, pri določeni stopnji populacije, izračuna z uporabo dveh običajnih metod: ocena povprečij na enoto in ocena razmerij [4].

Ocena povprečij na enoto (absolutne napake):

$$EE_1 = \sum_{h=1}^{H} N_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h} \tag{3.15}$$

V vsaki skupini populacije (stratumu) je pomnožena povprečna napaka na opazovano operacijo v vzorcu s številom operacij v stratumu (N_h), nato so sešteti vsi rezultati, dobljeni za vsak stratum, kar dá projicirano napako.

Ocena razmerij (stopnje napak):

$$EE_2 = \sum_{h=1}^{H} BV_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_i} \tag{3.16}$$

V vsaki skupini populacije (stratumu) je pomnožena stopnja napake na opazovano operacijo v vzorcu s populacijsko knjigovodsko vrednostjo pri stopnji stratuma (BV_h). Stopnja napake v vsakem stratumu je delitev skupne napake v vzorcu stratuma s skupnimi izdatki v vzorcu stratuma [4].

Izbira med dvema metodama bi morala temeljiti na enakih pogojih kot pri enostavnem slučajnem vzorčenju (brez stratificiranja).

Natančnost

Natančnost (vzorčna napaka) je mera negotovosti, povezane s projekcijo (ekstrapolacijo). Izračunana je glede na metodo, ki je bila uporabljena za ekstrapolacijo [4].

Ocena povprečij na enoto (absolutne napake):

Natančnost pri uporabi metode ocene povprečij na enoto se izračuna z uporabo naslednje formule [4]:

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_w}{\sqrt{n}}, \tag{3.17}$$

kjer je s_w^2 tehtano povprečje variance napak celotne množice stratumov (sedaj izračunanih iz enakega vzorca, ki je bil uporabljen za projekcijo napak na populacijo):

$$s_w^2 = \sum_{h=1}^{H} \frac{N_h}{N} s_{eh}^2, \tag{3.18}$$

kjer je s_{eh}^2 ocenjena varianca napak za vzorec iz stratuma h:

$$s_{eh}^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum_{i=1}^{n_h} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, \quad h = 1, 2, ..., H. \tag{3.19}$$

Ocena razmerij (stopnje napak):

Natančnost pri uporabi metode ocene razmerij se izračuna z uporabo naslednje formule:

$$SE_2 = N \times z \times \frac{s_{qw}}{\sqrt{n}}, \tag{3.20}$$

kjer je

$$s_{qw}^2 = \sum_{h=1}^{H} \frac{N_h}{N} s_{qh}^2 \tag{3.21}$$

tehtano povprečje vzorčnih varianc spremenljivke q_h:

$$q_{ih} = E_{ih} - \frac{\sum_{h=1}^{n_h} E_{ih}}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_{ih}} \times BV_{ih}. \tag{3.22}$$

Ta spremenljivka je za vsako enoto v vzorcu izračunana kot razlika med njeno napako in produktom njene knjigovodske vrednosti in stopnjo napake vzorca.

Vrednotenje

Za sklep o pomembnosti napak je potrebno izračunati zgornjo mejo napake (ULE). Zgornja meja napake je enaka vsoti projicirane napake EE in natančnosti ekstrapolacije SE [4]:

$$ULE = EE + SE. \tag{3.23}$$

Nato je potrebno projicirano napako in zgornjo mejo primerjati z najvišjo dopustno napako, da se pripravi revizijske zaključke z uporabo enakega pristopa, kot pri enostavnem slučajnem vzorčenju, ki je opisan v prejšnjem poglavju.

3.1.2 Enostavno slučajno vzorčenje - dve obdobji

Revizijski organ se lahko odloči, da bo izvajal proces vzorčenja v več obdobjih v letu (običajno dva semestra). Prednost takega načina vzorčenja ni povezana z zmanjšanjem velikosti vzorca, temveč s tem, da se revizorsko delo razporedi čez celotno leto in na ta način zmanjša obremenitev na koncu leta, ki bi temeljilo le na enem opazovanju. Pri tem pristopu je populacija razdeljena na dve pod - populaciji, vsaka ustreza operacijam in izdatkom vsakega semestra. Za vsak semester so izbrani neodvisni vzorci z uporabo pristopa enostavnega slučajnega vzorčenja [4].

Velikost vzorca

Prvi semester

V prvem obdobju revizije (npr. prvi semester) se globalna velikost vzorca (za množico dveh semestrov) izračuna kot:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_{ew}}{TE - AE} \right)^2, \tag{3.24}$$

kjer je σ_{ew}^2 tehtano povprečje varianc napak v vsakem semestru:

$$\sigma_{ew}^2 = \frac{N_1}{N}\sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N}\sigma_{e2}^2, \tag{3.25}$$

kjer je σ_{et}^2 varianca napak v vsakem obdobju t (semestru). Varianca napak za vsak semester, kot neodvisna populacija, se izračuna kot:

$$\sigma_{et}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2, \quad t = 1, 2, \tag{3.26}$$

kjer E_{ti} predstavlja posamezne napake za enote v vzorcu v semestru t in $\bar{E}_t$ predstavlja povprečno napako vzorca v semestru t [4].

Vrednosti za pričakovano varianco v obeh semestrih morajo biti določene na podlagi strokovne presoje in morajo temeljiti na predhodnem znanju. Možnost, da se lahko uporabi preliminarni/pilotni vzorec, kot pri enostavnem slučajnem vzorčenju, je še vedno na voljo, vendar se jo lahko uporabi le za prvi semester. To pa zato, ker se prvi trenutek opazovanja izdatkov za drugi semester še ni zgodil in objektivni podatki (razen preteklih) niso na voljo [4].

Revizor lahko upošteva, da so pričakovane variance napak v drugem semestru enake kot v prvem in uporabi predpostavko, da bo variabilnost napak podobne magnitude v obeh semestrih. Zato lahko uporabi poenostavljen pristop za izračun globalne velikosti vzorca, kjer uporabi variabilnost napak iz prvega obdobja [4]:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_{e1}}{TE - AE} \right)^2. \tag{3.27}$$

Formule za izračun velikosti vzorca zahtevajo vrednosti za N_1 in N_2, tj. število operacij v populaciji v prvem in v drugem semestru. Ko se računa velikost vzorca bo vrednost N_1 poznana, vrednost N_2 pa ne, zato jo je potrebno vnesti glede na pričakovanja revizorja (in na podlagi preteklih podatkov). Običajno to ni težava, saj aktivne operacije iz drugega semestra v prvem semestru že obstajajo in zato predpostavka $N_1 = N_2$. Ko je izračunana velikost vzorca n, se izračuna razdelitev vzorca glede na semester kot [4]:

$$n_1 = \frac{N_1}{N} n \tag{3.28}$$

in

$$n_2 = \frac{N_2}{N} n. \tag{3.29}$$

<u>Drugi semester</u>

V prvem opazovalnem obdobju so bile narejene določene predpostavke glede na naslednje opazovalno obdobje (običajno naslednji semester). Če se bodo značilnosti populacije v naslednjem obdobju znatno razlikovale od predpostavk, je potrebno velikost vzorca za naslednje obdobje prilagoditi, ker bo v naslednjem obdobju revizije na razpolago več informacij [4]:

- Število aktivnih operacij N_2 v semestru je poznano;
- Standardni odklon napak vzorca s_{e1}, izračunan iz vzorca prvega obdobja je lahko že na voljo;
- Standardni odklon napak za drugi semester s_{e2}, ki se lahko sedaj natančneje oceni z uporabo pravih podatkov.

V primeru, da ti parametri niso bistveno drugačni od tistih, ki so bili ocenjeni v prvem semestru za drugi semester (n_2), popravki niso potrebni. V primeru, da revizor ugotovi, da se ocenjene vrednosti bistveno razlikujejo od realnih podatkov, je potrebno velikost vzorca popraviti z uporabo naslednje formule za velikost vzorca v drugem semestru [4]:

$$n_2 = \frac{(z \cdot N_2 \cdot \sigma_{e2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \cdot \frac{{N_1}^2}{n_1} s_{e1}^2}, \tag{3.30}$$

kjer je s_{e1} standardni odklon napak izračunanih iz vzorca v prvem semestru in σ_{e2} ocena standardnega odklona napak v drugem semestru, ki temelji na predhodnem znanju (sčasoma popravljena z informacijami iz prvega semestra) ali predhodnem/pilotnem vzorcu drugega semestra [4].

Projicirana napaka

Na podlagi dveh pod - vzorcev za vsak semester se lahko projicirano napako na celotno populacijo izračuna z uporabo dveh običajnih metod: ocena povprečij na enoto in ocena razmerij [4].

Ocena povprečij na enoto (absolutne napake):

$$EE_1 = \frac{N_1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \frac{N_2}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} \tag{3.31}$$

V vsakem semestru je pomnožena povprečna napaka na opazovano operacijo v vzorcu s številom operacij v populaciji (N_t), nato so sešteti vsi rezultati, dobljeni za posamezen semester, kar dá projicirano napako [4].

Ocena razmerij (stopnje napak):

$$EE_2 = BV_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{\sum_{i=1}^{n_1} BV_{1i}} + BV_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{\sum_{i=1}^{n_2} BV_{2i}}, \tag{3.32}$$

kjer je povprečna stopnja napake opazovane v vsakem semestru pomnožena s knjigovodsko vrednostjo določenega semestra (BV_t). Stopnja napake vzorca v vsakem semestru je delitev skupne napake v vzorcu določenega semestra s skupnimi izdatki v vzorcu. [4].

Izbira med metodama temelji na enakih predpostavkah kot pri metodi enostavnega slučajnega vzorčenja.

Natančnost

Natančnost (vzorčna napaka) je mera negotovosti, povezane s projekcijo (ekstrapolacijo). Izračunana je glede na metodo, ki je bila uporabljena za ekstrapolacijo [4].

Ocena povprečij na enoto (absolutne napake):

Natančnost pri uporabi metode ocene povprečij na enoto se izračuna z uporabo naslednje formule [4]:

$$SE = z \times \sqrt{N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2}}, \tag{3.33}$$

kjer je s_{et} standardni odklon napak v vzorcu za semester t:

$$s_{et}^2 = \frac{1}{n_t - 1} \sum_{i=1}^{n_t} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2. \tag{3.34}$$

Ocena razmerij (stopnje napak):

Natančnost pri uporabi metode ocene razmerij se izračuna z uporabo naslednje formule [4]:

$$SE = z \times \sqrt{N_1^2 \times \frac{s_{q1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{q2}^2}{n_2}}, \tag{3.35}$$

kjer je s_{qt} standardni odklon spremenljivke[3] q v vzorcu semestra t:

$$q_{ti} = E_{ti} - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} E_{ti}}{\sum_{i=1}^{n_t} BV_{ti}} \times BV_{ti}. \tag{3.36}$$

Vrednotenje

Za sklep o pomembnosti napak je potrebno izračunati zgornjo mejo napake (ULE). Zgornja meja napake je enaka vsoti projicirane napake EE in natančnosti ekstrapolacije SE [4]:

$$ULE = EE + SE. \tag{3.37}$$

Projicirano napako in zgornjo mejo je potrebno primerjati z najvišjo dopustno napako, da se pripravi revizijske zaključke z uporabo enakega pristopa, kot pri enostavnem slučajnem vzorčenju, ki je opisan v prejšnjem poglavju.

[3] Spremenljivka q je definirana v poglavju 3.1 v enačbi (3.9)

3.2 Vzorčenje MUS

Metode vzorčenja na denarno oz. monetarno enoto (angl. MUS - Monetary Unit Sampling) so bile razvite in prilagojene posebej za uporabo v reviziji. Metode vzorčenja MUS se uporabljajo v reviziji že od zgodnjih šestdesetih let prejšnjega stoletja predvsem zaradi njihove preprostosti v primerjavi z oblikovanjem klasičnih statističnih metod in, ker ne vsebujejo določenih omejitev, ki jih klasične metode vzorčenja imajo (npr. nizke stopnje napačnih navedb števinih računovodskih populacij). V reviziji se pogosto uporabljajo za namen testiranja revizij. Za različne namene ocenjevanja (npr. za oceno natančne projekcije in meje zaupanja iz vzorčnih informacij), ali za uporabo zunaj običajnega revizijskega okvirja, kjer bo vzorec osnova za poravnavo v sporu, ali pa bo verjetno vključevala razpravo s strankami, ki niso revizorji (npr. pri izračunu odškodninske ocene), je potreben tehten premislek o tem, ali se bo uporabilo metodo MUS ali drugo, klasično metodo vzorčenja. Glede na specifične metodologije, ki jim sledi revizor, je veliko MUS pristopov, prikazanih s simulacijskimi študijami, zagotovilo konservativne rezultate (tj. podcenjujejo resnično stopnjo zaupanja testov ali precenjujejo tveganje, da bo vzorec vodil revizorja v to, da bo zaključil, da napačna navedba ne obstaja, ko ta dejansko obstaja) [1].

Med statističnimi metodami vzorčenja je vzorčenje MUS najpogosteje uporabljana metoda vzorčenja za vsebinske teste. MUS je statistična metoda vzorčenja, kjer je verjetnost, da bo element izbran v vzorec sorazmerna z njegovo zabeleženo količino (verjetnost sorazmerna z velikostjo). MUS si lahko predstavljamo kot uporabo končne sratifikacije po knjigovodski vrednosti. Nadaljnjo stratificiranje glede na knjigovodsko vrednost ni mogoče z enotami denarja, saj so vse enote vzorčenja enako velike glede na njihovo knjigovodsko vrednost. Posledično MUS vključuje prednosti učinkovitosti, ki so podobne prednostim stratificiranja po knjigovodski vrednosti, le da ne vključuje stratificiranja [8].

Oba statistična pristopa vzorčenja za vsebinsko testiranje, tako klasično vzorčenje spremenljivk, kot tudi MUS vzorčenje, lahko zagotovita zadostne revizijske dokaze za dosego cilja revizorja. Vendar je lahko v določenih okoliščinah MUS učinkovitejši kot je klasično vzorčenje spremenljivk. Vzorčenje MUS ima svoje prednosti in slabosti [1]:

Prednosti vzorčenja MUS:

- MUS je v splošnem lažje uporabiti kot klasično vzorčenje spremenljivk. Ker MUS temelji na atributni teoriji vzorčenja, lahko revizor enostavno izračuna velikosti vzorca in oceni rezultate ročno ali s pomočjo tabel, kot tudi z uporabo programske opreme za revizijo. Izbira vzorca se lahko izvede z uporabo računalniškega programa ali s pomočjo kalkulatorja.

- MUS ne zahteva neposrednega upoštevanja lastnosti populacije (npr. standardnega odklona denarnih zneskov ali značilnosti normalnosti populacije), da se določi primerno velikost vzorca, saj je vzorec izbran na podlagi tega, da ima vsaka enota verjetnost, da bo izbrana sorazmerno svoji velikosti. Velikost MUS vzorca ne temelji na nobeni meri ocenjene variacije revidiranih količin, ker je vsaka monetarna enota v populaciji enake velikosti. Velikost vzorca pri klasičnem vzorčenju spremenljivk pa se odziva na variacijo ali standardni odklon lastnosti, ki jih imajo enote v celotni populaciji.

- MUS samodejno izbere vzorec sorazmerno z denarnim zneskom enote, zato je stratifikacija za zmanjšanje variabilnosti nepotrebna. Revizor, ki uporablja klasično vzorčenje spremenljivk, pa mora običajno stratificirati populacijo, da izračuna učinkovito velikost vzorca.

- Sistematična izbira vzorcev MUS samodejno identificira vsako enoto, ki je posamično pomembna, če njena količina presega interval vzorčenja.

- Če revizor ne pričakuje (in najde) napačnih navedb, MUS običajno dá zelo učinkovito velikost vzorca.

- MUS vzorec je lažje oblikovati in izbira vzorcev se lahko začne preden je na voljo končna in celotna populacija.

- Nekaj okoliščin, v katerih se vzorčenje MUS izkaže kot še posebej koristno:

  - Potrditev terjatev (ko neupravičena posojila nimajo znatne velikosti ali tveganja);
  - Potrditev terjatev iz posojil (npr. hipotekarna posojila, komercialna posojila in obročna posojila);
  - Testiranje cenitve varnosti naložb v primerjavi z objavljenimi cenami;
  - Testiranje inventarne cene, pri kateri revizor pričakuje relativno malo napačnih navedb in se pričakuje, da populacija ne vsebuje znatnega števila velikih (glede na knjigovodsko vrednost) podcenjenosti;
  - Dodatni testi osnovnih sredstev, kjer obstaja prvotno tveganje.

Slabosti vzorčenja MUS:

- MUS ni zasnovan za testiranje podcenjenosti populacije in, ker so enote v vzorec izbrane z verjetnostjo sorazmerno velikosti, je malo verjetno, da bi izbrali majhne zabeležene količine in te količine so lahko znatno podcenjene. Z MUS vzorčenjem je pristop za testiranje podcenjenosti populacije testiranje sorodne (vzajemne) populacije za precenjenost, npr. revizor lahko testira izplačila, opravljena po koncu leta, da bi lahko testiral podcenjenost evidentiranih plačilnih računov. V primeru, ko je pričakovana podcenjenost znatna v številu ali je pričakovati veliko kontaminacijo podcenjenosti, je lahko primernejši klasični pristop vzorčenja spremenljivk.

- Tipični pristop pri MUS vzorčenju vključuje predpostavko, da revidirana količina vzorčne enote ni manjša od 0 ali večja kot je zabeleženi znesek. Če revizor napove podcenjenost ali situacijo, v kateri bo revidirana količina manjša kot nič, bi MUS pristop potreboval premislek o posebnem načrtovanju ali pa bil celo neprimeren.

- Če revizor zazna podcenjenosti v MUS vzorcu, ocena vzorca zahteva posebne premisleke. Velike podcenjenosti (npr. več kot 100% zabeleženih zneskov) lahko vodijo k napovedim, ki so neveljavne ali nedosledne. Predvsem lahko ne bi bilo primerno izravnati (neto) podcenjenosti in precenjenosti.

- Izbira ničelnih ali negativnih bilanc zahteva posebne premisleke o načrtovanju. Npr., če je populacija za vzorčenje računi terjatev, bo morda revizor moral ločiti kreditne bilance v ločene populacije za testiranje. Če je pregled ničelnih bilanc pomemben za cilje revizorja, jih mora revizor testirati ločeno, z uporabo tehnike vzorčenja na podlagi enot, saj ničelne bilance niso predmet MUS izbire.

- Kadar se najdejo napačne navedbe, lahko MUS vrednotenje preceni dodatek za vzorčno tveganje pri dani stopnji tveganja. Kot rezultat je verjetno, da bo revizor zavrnil sprejemljivo zabeleženo količino populacije.

- Revizor mora običajno kumulativno seštevati populacijo za postopek izbire MUS. Vendar dodajanje skozi populacijo običajno ne zahteva bistvenega dodatnega truda, saj so povezane računovodske evidence običajno shranjene v elektronski obliki in se uporablja revizorska programska oprema za izbiro vzorca. Revizor mora običajno v vsakem primeru sešteti vse knjigovodske vrednosti v populaciji, da določi, ali je popolna in skladna s finančnimi izkazi.

- Če pričakovana količina napačnih navedb narašča, narašča tudi ustrezna velikost MUS vzorca. V takšnih okoliščinah mora revizor včasih najti primernejše in bolj učinkovite klasične metode vzorčenja spremenljivk.

- Številne metode vzorčenja MUS so konservativne pri navedbi doseženega zaupanja in običajno izračunajo le enostransko zgornjo mejo. Ustrezno, z upoštevanjem uporabe drugih metod vzorčenja v okoliščinah zunaj običajnega revizijskega okvira za testiranje (npr. za ocenjevanje količin), lahko revizor poišče druge metode vzorčenja, ki so bolj uspešne in učinkovite.
- Nekaj okoliščin, v katerih vzorčenje MUS ni najbolj uspešen in učinkovit pristop:
  - Potrditev terjatev, pri katerih obstaja veliko število neupravičenih posojil;
  - Pregled števila inventarjev in test cen, za katere revizor pričakuje pomembno število napačnih navedb, ki so lahko tako podcenjene ali precenjene;
  - Pretvorba inventarja iz "prvi noter, prvi ven"(angl. FIFO - first in, first out) na "zadnji noter, prvi ven"(angl. LIFO - last in, first out);
  - Populacije, kjer posamezni zabeleženi rezultati niso na voljo;
  - Vsaka aplikacija, pri kateri je glavni cilj neodvisno oceniti znesek bilance ali vrste transakcij (težave z neodvisnostjo se lahko pojavijo, ko so za določitev poročanega finančnega izkaza uporabljene ocene revizorja).

3.2.1 Nepristranska ocena, standardna napaka

Vzorčne ocene morajo biti nepristranske in transparentne. Nižja kot je standardna napaka, bolj učinkovita bo cenilka.

Standardna napaka se izračuna kot kvadratni koren variance [4]:

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{1}{n^p - 1} \sum_{i=1}^{n^p} (r_i - \bar{r})^2}, \tag{3.38}$$

kjer je n^p velikost preliminarnega vzorca, $r_i = \frac{E_i}{BV_i}$ stopnja napake v i-ti operaciji (E_i so izdatki, BV_i pa knjigovodska vrednost i-te operacije) ter $\bar{r} = \frac{1}{n^p} \sum_{i=1}^{n^p} \frac{E_i}{BV_i}$, ki predstavlja povprečno stopnjo napake v vzorcu.

3.2.2 Določanje velikosti vzorcev

Velikost vzorca n se izračuna kot [4]:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_r}{TE - AE} \right)^2, \tag{3.39}$$

kjer je:

- BV - populacijska knjigovodska vrednost (skupni deklarirani izdatki);
- Interval zaupanja, določen iz revizorskega sistema in povezanega koeficienta z iz normalne porazdelitve;
- TE - maksimalna sprejemljiva napaka (običajno 2% izdatkov);
- AE - napovedana napaka, določena s strani revizorja glede na njegovo strokovno presojo in na podlagi prejšnjih informacij;
- σ_r standardni odklon stopenj napak (izračuan/ocenjen iz MUS vzorca).

Za aproksimacijo standardnega odklona stopnje napak σ_r pred izvedbo revizije, se je potrebno zanesti na predhodne podatke (variance napak v vzorcu iz prejšnjega obdobja) ali pa na preliminaren/pilotni vzorec z majhno velikostjo n^p (priporočeno je, da ne vsebuje manj kot 20 do 30 operacij). V vsakem primeru se varianca stopenj napak izračuna z uporabo [4]:

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{n^p - 1} \sum_{i=1}^{n^p} (r_i - \bar{r})^2, \tag{3.40}$$

kjer je $r_i = \frac{E_i}{BV_i}$ napaka i-te operacije [4], ki je definirana kot razmerje med E_i in knjigovodsko vrednostjo (izdatki deklarirani Komisiji, BV_i) i-te operacije vključene v vzorec, $\bar{r}$ pa predstavlja povprečno stopnjo napake v vzorcu, ki je:

$$\bar{r} = \frac{1}{n^p} \sum_{i=1}^{n^p} \frac{E_i}{BV_i}. \tag{3.41}$$

Standardni odklon temelji na preliminarnem vzorcu, ki je lahko kasneje uporabljen kot del celotnega vzorca, ki ga izbere revizor. Izbrati in najti preliminaren vzorec je v okviru MUS vzorčenja precej bolj kompleksna naloga, kot pri enostavnem slučajnem vzorčenju. To pa zato, ker so enote z visokimi vrednostmi pogosteje vključene v vzorec, zato tudi najti vzorec z 20 do 30 observacijami predstavlja težko nalogo. Iz tega razloga je za okvir vzorčenja MUS priporočljivo, da ocena standardnega odklona σ_r temelji na historičnih podatkih in se na ta način izogne izbiri preliminarnega vzorca [4].

[4] Kadarkoli je knjigovodska vrednost i-te enote (BV_i) večja kot mejna vrednost $\frac{BV}{n}$, je potrebno razmerje $\frac{E_i}{BV_i}$ nadomestiti z $\frac{E_i}{BV/n}$, kjer BV predstavlja knjigovodsko vrednost trenutne populacije če je uporabljen preliminarni vzorec in historično vrednost, če je uporabljen historični vzorec. Tudi n predstavlja velikost preliminarnega vzorca oz. velikost historičnega vzorca.

Izbira vzorca

Po tem, ko se določi velikost vzorca, je potrebno identificirati enote v populaciji, ki imajo visoko vrednost (če obstajajo), ki bodo pripadale stratumu z visoko vrednostjo, ki bo revidiran v celoti. Mejna vrednost za določitev tega zgornjega stratuma je enaka razmerju med knjigovodsko vrednostjo (BV) in načrtovano velikostjo vzorca (n). Vse enote, pri katerih je knjigovodska vrednost višja kot je mejna vrednost ($BV_i > \frac{BV}{n}$), bodo umeščene v stratum za revidiranje v celoti [4].

Velikost vzorca, ki bo dodeljena stratumu, ki ne bo v celoti izbran v vzorec (angl. non-exhaustive stratum), n_s, je izračunana kot razlika med n in številom vzorčnih enot (npr. operacij) v stratumu, ki bo v celoti izbran v vzorec (angl. exhaustive stratum), n_e. Končno bo izbira vzorca v stratumu, ki ne bo v celoti izbran v vzorec (angl. non-exhaustive stratum) narejena z uporabo verjetnosti sorazmerne z velikostjo, tj. sorazmerne z enotami knjigovodskih vrednosti (BV_i). Eden izmed načinov za implementacijo izbire je sistematična izbira z uporabo vzorčnega intervala, ki je enak skupnim izdatkom v stratumu, ki ne bo v celoti izbran v vzorec (angl. non-exhaustive stratum), BV_s, deljeno z velikostjo vzorca (n_s), tj. [4]

$$SI = \frac{BV_s}{n_s}. \tag{3.42}$$

V praksi je vzorec izbran iz naključnega seznama enot (običajno so to operacije), iz katerega se izbere x-to monetarno enoto, pri čemer je x enak vzorčnemu intervalu in ima naključno začetno točko med 1 in SI. Lahko se tudi zgodi (po izračunu vzorčnega intervala, ki temelji na izdatkih velikosti vzorca vzorčnega stratuma), da bodo določene populacijske enote kazale večje izdatke kot je velikost vzorčnega intervala $\frac{BV_s}{n_s}$, čeprav pred tem niso kazale izdatkov večjih od mejne vrednosti $\frac{BV}{n}$. Dejstvo je, da morajo biti vse enote, ki imajo knjigovodsko vrednost višjo kot je velikost tega intervala ($BV_i > \frac{BV_s}{n_s}$), dodane v stratum z visoko vrednostjo. V primeru, da se to zgodi in po tem, ko se nove enote premaknejo v stratum z višjo vrednostjo, je potrebno vzorčni interval ponovno izračunati in upoštevati nove vrednosti za razmerje $\frac{BV_s}{n_s}$. Možno je, da bo potrebno ta iterativni proces ponoviti večkrat, dokler ne bo več prisotnih enot z izdatki, ki so večji od velikosti vzorčnega intervala [4].

Projicirana napaka

Projekcija napak na celotno populacijo bi morala biti narejena drugače za enote v stratumu, ki bo v celoti izbran v vzorec (angl. exhaustive stratum) kot v stratumu, ki ne bo v celoti izbran v vzorec (angl. non-exhaustive stratum).

V primeru stratuma, ki bo v celoti izbran v vzorec (angl. exhaustive stratum, tj. stratum, ki vsebuje vzorčne enote, kjer je knjigovodska vrednost višja od mejne vrednosti, $BV_i > \frac{BV}{n}$) je projicirana napaka vsota napak, ki so bile najdene pri enotah, ki pripadajo stratumu [4]:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i. \tag{3.43}$$

V primeru stratuma, ki ne bo v celoti izbran v vzorec (angl. non-exhaustive stratum, tj. stratum, ki vsebuje vzorčne enote, kjer je knjigovodska vrednost manjša ali enaka mejni vrednosti, $BV_i \leq \frac{BV}{n}$) se projicirana napaka izračuna kot vsota stopenj napak (razmerje med napako in pripadajočimi izdatki $\frac{E_i}{BV_i}$), ki je pomnožena z vzorčnim intervalom (SI):

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}. \tag{3.44}$$

Skupna projicirana napaka pri določeni stopnji populacije je potem vsota zgornjih komponent:

$$EE = EE_e + EE_s. \tag{3.45}$$

Nepristranskost in natančnost

V primeru, ko se že odstranjene visoke vrednosti lahko za vzorčno oceno pokažemo nepristranskost.

Imamo:

- enote: $1, 2, \ldots, n_s$,
- napake: $E_1, E_2, \ldots, E_{n_s}$,
- knjigovodske vrednosti: $BV_1, BV_2, \ldots, BV_{n_s}$.

$$\widehat{EE_s} = SI \cdot \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}, \tag{3.46}$$

kjer je

$$\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i} = \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i} \cdot I_k, \tag{3.47}$$

kjer je I_k indikatorska funkcija:

$$I_k = \begin{cases} 0, & \text{če je enota izbrana} \\ 1, & \text{sicer.} \end{cases} \tag{3.48}$$

Iz načina vzorčenja izhaja:

$$P(I_k = 1) = \frac{BV_k}{\sum_{l=1}^{n_s} BV_l} \cdot n_s. \tag{3.49}$$

Vemo:

$$SI \cdot n_s = \sum_l BV_l \quad \Rightarrow \quad SI = \frac{\sum\limits_l BV_l}{n_s}. \tag{3.50}$$

Potem lahko izračunamo:

$$\begin{aligned} E(\widehat{EE}_s) &= SI \cdot \sum_{k=1}^{n_s} \frac{E_k}{BV_k} \cdot P(I_k = 1) \\ &= SI \cdot \sum_{k=1}^{n_s} \frac{E_k}{BV_k} \cdot \frac{BV_k}{\sum_{l=1}^{n_s} BV_l} \cdot n_s \\ &= \underbrace{\frac{SI \cdot n_s}{\sum_l BV_l}}_{=1} \cdot \text{Totalna napaka} \end{aligned} \tag{3.51}$$

Natančnost je mera negotovosti, povezane z ekstrapolacijo. Predstavlja vzorčno napako in jo je potrebno izračunati, da se lahko kasneje izračuna interval zaupanja. Natančnost se izračuna kot [4]:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r, \tag{3.52}$$

kjer je s_r standardni odklon stopenj napak v vzorcu stratuma, ki ne bo v celoti izbran v vzorec (angl. non-exhaustive stratum, izračunan iz istega vzorca, ki je bil uporabljen za ekstrapolacijo napak iz populacije):

$$s_r^2 = \frac{1}{n_s - 1} \sum_{i=1}^{n_s} (r_i - \bar{r}_s)^2, \tag{3.53}$$

kjer je $\bar{r}_s$ enak enostavnemu povprečju stopenj napak v vzorcu stratuma:

$$\bar{r}_s = \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}}{n_s}. \tag{3.54}$$

Vzorčna napaka se izračuna samo za stratum, ki ne bo v celoti izbran v vzorec (angl. non-exhaustive stratum) glede na to, da ni vzorčnih napak, ki bi jih upoštevali v stratumu, ki bi bil v celoti izbran v vzorec (angl. exhaustive stratum).

Vrednotenje

Za sklep o pomembnosti napak, je potrebno izračunati zgornjo mejo napake (ULE). Zgornja meja napake je enaka vsoti projicirane napake EE in natančnosti ekstrapolacije SE:

$$ULE = EE + SE. \tag{3.55}$$

Nato je potrebno projicirano napako in zgornjo mejo primerjati z najvišjo dopustno napako, da se pripravi revizijske zaključke [4]:

- Če je projicirana napaka večja kot je maksimalna dopustna napaka pomeni, da bo revizor zaključil, da obstaja dovolj dokazov, da so napake v populaciji večje kot je prag pomembnosti.
- Če je zgornja meja napake nižja od maksimalne dopustne napake, bo revizor zaključil, da so napake v populaciji nižje od praga pomembnosti.
- Če je projicirana napaka nižja od maksimalne dopustne napake in zgornja meja napake večja kot je maksimalna dopustna napaka bodo potrebne dodatne analize.

3.2.3 Stratifikacija in njen vpliv

Pri stratificiranem MUS vzorčenju je populacija razdeljena na pod - populacije (stratume). Iz stratumov se nato izbere neodvisne vzorce z enakim pristopom kot pri navadnem MUS vzorčenju. Pri stratificiranju želimo najti skupine (stratume) z manjšo variabilnostjo kot jo ima celotna populacija. Zato je vsaka spremenljivka, za katero se pričakuje, da bo pojasnila stopnjo napake operacij, dobra kandidatka za stratifikacijo (npr. programi, regije, odgovorni organi, razredi, ki temeljijo na tveganosti operacij itn.). Pri stratificiranem MUS vzorčenju stratifikacija na podlagi izdatkov ni smiselna, saj MUS že upošteva stopnjo izdatkov pri izbiri vzorčnih enot [4].

Velikost vzorca

Velikost vzorca se izračuna na naslednji način [4]:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2, \tag{3.56}$$

kjer je σ^2_{rw} tehtano povprečje varianc stopenj napak celotne množice stratumov z utežjo za vsak stratum, ki je enak razmerju med knjigovodsko vrednostjo stratuma (BV_h) in knjigovodsko vrednostjo celotne populacije (BV):

$$\sigma^2_{rw} = \sum_{h=1}^{H} \frac{BV_h}{BV} \sigma^2_{rh}, \tag{3.57}$$

kjer je σ^2_{rh} varianca stopenj napak v vsakem stratumu in se jo izračuna za vsak stratum kot neodvisno populacijo kot:

$$\sigma^2_{rh} = \frac{1}{n^p_h - 1} \sum_{i=1}^{n^p_h} (r_{hi} - \bar{r}_h), \quad h = 1, 2, ..., H, \tag{3.58}$$

kjer $r_{hi} = \frac{E_i}{BV_i}$ predstavlja posamezne stopnje napak za enote v vzorcu stratuma h in $\bar{r}_h$ predstavlja povprečno stopnjo napake v posameznem stratumu [5] h.

Kot pri standardni metodi MUS vzorčenja, te vrednosti lahko temeljijo na preliminarnem/pilotnem vzorcu majhne velikosti ali pa na historičnih podatkih. V tem primeru se lahko preliminarni vzorec uporabi kot del vzorca izbranega za revizijo, vendar je priporočljivo uporabiti historične podatke, da se tako izogne potrebi po izbiri preliminarnega vzorca. Ko se prvič uporablja stratificirani MUS se lahko zgodi, da historični podatki niso na voljo in v tem primeru se velikost vzorca določi z uporabo formul za standardno MUS metodo. V primeru, da historični podatki niso na voljo, bo v prvem obdobju revizije vzorec večji kot bi bilo potrebno. Informacije, ki so bile zbrane v prvem obdobju revizije, ko je bil uporabljen stratificirani MUS, se lahko aplicirajo na prihodnja obdobja za določitev velikosti vzorca [4].

Ko je enkrat izračunana skupna velikost vzorca n, se lahko razdelitev vzorca na stratume izračuna z generalno metodo razdelitve, kjer je vzorec razdeljen na stratume proporcionalno glede na izdatke (knjigovodsko vrednost) stratumov [4]:

$$n_h = \frac{BV_h}{BV} n. \tag{3.59}$$

Obstajajo tudi drugi načini razdelitve. Bolj prilagojen način razdelitve bi lahko v določenih primerih pripomogel k dodatni natančnosti ali zmanjšanju velikosti vzorca.

[5] Kadarkoli je knjigovodska vrednost i-te enote (BV_i) večja kot mejna vrednost $\frac{BV_h}{n_h}$, je potrebno razmerje $\frac{E_i}{BV_i}$ nadomestiti z $\frac{E_i}{BV_h/n_h}$.

Izbira vzorca

V vsakem stratumu h bosta dve komponenti: skupina v stratumu, ki bo v celoti izbran v vzorec (angl. exhaustive group) h (tj. skupina, ki vsebuje vzorčne enote s knjigovodsko vrednostjo, ki je višja od mejne vrednosti: $BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$) in vzorčna skupina znotraj stratuma h (tj. skupina, ki vsebuje vzorčne enote, kjer je knjigovodska vrednost manjša ali enaka zgornji meji: $BV_{hi} \leq \frac{BV_h}{n_h}$). Po tem, ko se določi velikost vzorca, je potrebno identificirati enote v vsakem originalnem stratumu (h), ki imajo visoko vrednost (če obstajajo), ki bodo pripadale stratumu z visoko vrednostjo, ki bo revidiran v celoti. Mejna vrednost za določitev tega zgornjega stratuma je enaka razmerju med knjigovodsko vrednostjo stratuma (BV_h) in načrtovano velikostjo vzorca (n_h). Vse enote, pri katerih je knjigovodska vrednost višja kot je mejna vrednost ($BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$), bodo umeščene v stratum za revidiranje v celoti [4].

Velikost vzorca, ki bo dodeljena skupini v stratumu, ki ne bo v celoti izbran v vzorec (angl. non exhaustive stratum n_{hs}), je izračunana kot razlika med n_h in številom vzorčnih enot (npr. operacij) v stratumu, ki bo v celoti izbran v vzorec (angl. exhaustive stratum),n_{he}. Končno bo izbira vzorca v skupini stratumov, ki ne bodo v celoti izbrani v vzorec (angl. non-exhaustive group) narejena z uporabo verjetnosti sorazmerne z velikostjo, tj. sorazmerne z enotami knjigovodskih vrednosti (BV_i). Eden izmed načinov za implementacijo izbire je sistematična izbira z uporabo vzorčnega intervala, ki je enak skupnim izdatkom v skupini stratuma, ki ne bo v celoti izbran v vzorec (angl. non-exhaustive group), BV_{hs}, deljeno z velikostjo vzorca (n_{hs}), tj. [4]:

$$SI_h = \frac{BV_{hs}}{n_{hs}}. \tag{3.60}$$

Na ta način bo izbranih več neodvisnih vzorcev, eden za vsak originalen stratum.

Projicirana napaka

Projekcija napak na populacijo se izračuna drugače za enote, ki pripadajo skupinam, ki bodo v celoti izbrane v vzorec (angl.exhaustive group) kot za enote, ki pripadajo skupinam, ki ne bodo v celoti izbrane v vzorec (angl.non-exhaustive group).

Za skupine, ki bodo v celoti izbrane v vzorec (angl. exhaustive group, tj. skupine, ki vsebujejo vzorčne enote, kjer je knjigovodska vrednost višja od mejne vrednosti ($BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$), je projicirana napaka izračunana tako, da se za vsak stratum h identificira enote, ki pripadajo skupinam, ki bodo v celoti izbrane v vzorec (angl. exhaustive group) in se sešteje njihove napake, nato pa se vse sešteje po celotni množici stratumov H [4]:

$$EE_e = \sum_{h=1}^{H} \sum_{i=1}^{n_h} E_{hi}. \tag{3.61}$$

Za skupine, ki ne bodo v celoti izbrane v vzorec (angl. non-exhaustive group, tj. skupine, ki vsebujejo vzorčne enote, kjer je knjigovodska vrednost manjša ali enaka mejni vrednosti, $BV_{hi} \leq \frac{BV_h}{n_h}$) pa je projicirana napaka izračunana kot vsota stopenj napak ($\frac{E_{hi}}{BV_{hi}}$) v vsakem stratumu h, ki je nato za vsak stratum h pomnožena s skupnimi izdatki v populaciji skupin, ki ne bodo v celoti izbrane v vzorec (angl. non-exhaustive group), BV_{hs}. Dobljen rezultat se nato za vsak stratum h deli z velikostjo skupine, ki ne bo v celoti izbrana v vzorec (angl. non-exhaustive group), n_{hs}, dobljene rezultate se nato sešteje po celotni množici stratumov H :

$$EE_s = \sum_{h=1}^{H} \frac{BV_{hs}}{n_{hs}} \sum_{i=1}^{n_{hs}} \frac{E_{hi}}{BV_{hi}}. \tag{3.62}$$

Skupna projicirana napaka pri določeni stopnji populacije je potem vsota zgornjih komponent:

$$EE = EE_e + EE_s. \tag{3.63}$$

Natančnost

Natančnost je mera negotovosti, povezane z ekstrapolacijo. Predstavlja vzorčno napako in jo je potrebno izračunati, da se lahko kasneje izračuna interval zaupanja. Natančnost se izračuna kot [4]:

$$SE = z \times \sqrt{\sum_{h=1}^{H} \frac{BV_{hs}^2}{n_{hs}} s_{rhs}^2}, \tag{3.64}$$

kjer je s_{rhs} standardni odklon stopenj napak v vzorcu skupine stratuma, ki ne bo v celoti izbran v vzorec (angl. non-exhaustive group) h (izračunan iz istega vzorca, ki je bil uporabljen za ekstrapolacijo napak iz populacije):

$$s_{rhs}^2 = \frac{1}{n_{hs} - 1} \sum_{i=1}^{n_{hs}} (r_{hi} - \bar{r}_{hs})^2, \tag{3.65}$$

kjer je $\bar{r}_{hs}$ enak enostavnemu povprečju stopenj napak v vzorcu skupine stratuma, ki ne bo v celoti izbran v vzorec (angl. non-exhaustive group) h.

Vzorčna napaka se izračuna samo za skupine stratuma, ki ne bo v celoti izbran v vzorec (angl. non-exhaustive group) glede na to, da ni vzorčnih napak, ki bi jih upoštevali v stratumu, ki bo v celoti izbran v vzorec (angl. exhaustive stratum).

Vrednotenje

Za sklep o pomembnosti napak je potrebno izračunati zgornjo mejo napake (ULE). Zgornja meja napake je enaka vsoti projicirane napake EE in natančnosti ekstrapolacije SE [4]:

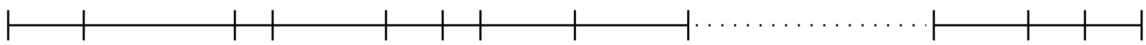
$$ULE = EE + SE. \tag{3.66}$$

Nato je potrebno projicirano napako in zgornjo mejo primerjati z najvišjo dopustno napako, da se pripravi revizijske zaključke, ki so enaki kot pri MUS vzorčenju brez stratifikacije, in so opisani v prejšnjem poglavju.

3.2.4 Implementacija v konkretnem primeru

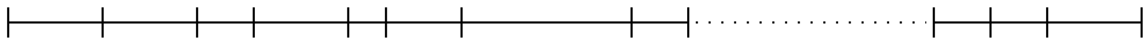
V konkretnem primeru si lahko postopek MUS vzorčenja predstavljamo na naslednji način:

V prvem koraku postavke, ki jih imamo na razpolago in so različno velike, postavimo v vrsto kot prikazuje Slika 5.



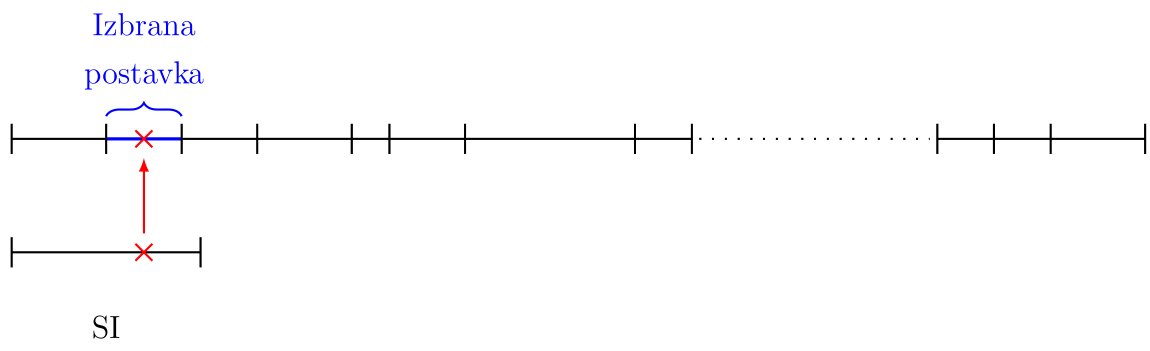
Slika 5: Primer MUS: 1. korak

V naslednjem koraku postavke naključno permutiramo. Na ta način dobimo novo, naključno zaporedje postavk, kot prikazuje Slika 6.



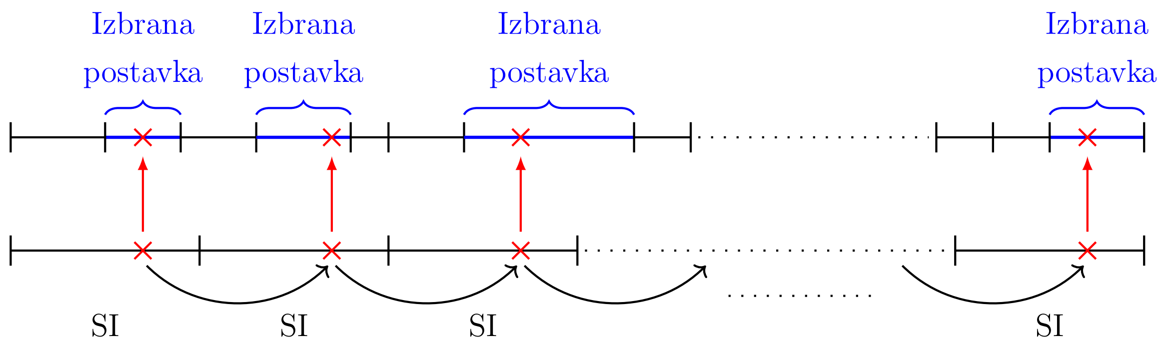
Slika 6: Primer MUS: 2. korak

V tretjem koraku izračunamo interval SI (na podlagi knjigovodskih vrednosti in velikosti vzorca, formula (3.42)). Interval SI mora biti večji od velikosti največje postavke v zaporedju (sicer se lahko zgodi, da bo ista postavka izbrana večkrat). Postavko izberemo tako, da na intervalu SI izberemo naključno točko in pogledamo v katero postavko bo padla točka. Postopek je prikazan na Sliki 7.



Slika 7: Primer MUS: 3. korak

V naslednjem koraku izberemo naslednjo postavko tako, da ponovno uporabimo interval SI in naključno točko, kot prikazuje Slika 8 in postopek ponavljamo vse dokler ne pridemo do konca zaporedja.



Slika 8: Primer MUS: 4. korak

Ko zaključimo z zgornjim postopkom, je vsaka enota iz vzorca izbrana z verjetnostjo sorazmerno velikosti.

3.3 Konservativni MUS

V reviziji je običajno, da se uporablja konservativni pristop MUS vzorčenja, saj ima tak pristop to prednost, da potrebuje manj znanja o populaciji. Ne potrebuje na primer informacij o variabilnosti populacije za izračun velikosti vzorca. Poleg tega je za revizorje na razpolago več programskih paketov, ki samodejno implementirajo tak pristop in na ta način olajšajo njegovo aplikacijo. Dejstvo je, da ob ustrezni uporabi takšnih programov, postane uporaba konservativnega MUS vzorčenja enostavnejša in potrebuje znatno manj tehničnega in statističnega znanja, kot ga potrebuje standardni pristop. Glavna slabost konservativnega pristopa pa je povezana ravno z enostavnostjo uporabe, saj potrebuje manj natančne informacije za izračun velikosti vzorca in večje ocenjene vzorčne napake kot jih potrebuje večina eksaktnih formul, ki se jih uporablja pri standardnem pristopu. Je pa tak pristop zaradi svoje enostavnosti dobra izbira, ko je na voljo vzorec obvladljive velikosti in ni velike skrbi s strani revizorja. Vendar pa je pomembno poudariti, da ta metoda ni uporabna le v situacijah, kjer je frekvenca napak majhna in so stopnje napak jasno pod pragom pomembnosti (še posebej ni mogoče izračunati velikosti vzorca, če je pričakovana napaka večja ali zelo blizu pragu pomembnosti). Kot posledica dejstva, da ta metoda običajno izdela velike vzorce, so včasih uporabniki metode v skušnjavi, da bi vstavljali zelo majhne in nerealistične napovedane napake. Tak način uporabe metode ne dá dokončnih rezultatov za revizijo zaradi previsokih zgornjih mej napake. Zaradi tega je potrebno tako za to metodo, kot tudi za ostale metode, izbrati takšno napovedano napako, da bo realistična in temeljila na najboljšem znanju in mnenju revizorja [4].

Konservativna MUS metoda ni združljiva s stratifikacijo ali z razširitvijo revizorskega dela na dve ali več obdobji znotraj referenčnega obdobja, saj ni formul za določitev natančnosti. Zaradi tega je v takšnih primerih bolj primerna uporaba standardnih metod vzorčenja.

3.3.1 Način vzorčenja

Velikost vzorca

Velikost vzorca n pri konservativni MUS metodi se izračuna kot [4]:

$$n = \frac{BV \times RF}{TE - (AE \times EF)}, \tag{3.67}$$

kjer je:

- BV populacijska knjigovodska vrednost (skupni deklarirani izdatki);
- Konstanta RF, ki predstavlja faktor zanesljivosti, ki ga določa stopnja zaupanja;
- Maksimalna sprejemljiva napaka TE, ki je običajno 2% skupnih izdatkov;
- Napovedana napaka AE, ki jo izbere revizor na podlagi strokovne presoje in predhodnih informacij;
- Konstanta širitveni faktor EF (angl. Expansion Factor), ki je povezana z intervalom zaupanja in se jo uporablja, ko se pričakuje napake.

Iz zgornje formule (3.67) je razvidno, zakaj se ta pristop imenuje konservativni pristop. Velikost vzorca namreč ni odvisna ne od velikosti populacije in niti od variabilnosti populacije. Cilj te formule pa je, da se prilega vsem vrstam populacije, ne glede na njene specifične lastnosti, zato pa običajno proizvede velikosti vzorcev, ki so večje kot se jih potrebuje v praksi.

Faktor zanesljivosti RF je konstanta iz Poissonove porazdelitve za pričakovano ničelno napako. Odvisen je od stopnje zaupanja. Vrednosti, ki se jih uporabi v določenih situacijah so prikazane v Tabeli 1 [4].

Tabela 1: Faktor zanesljivosti glede na stopnjo zaupanja

Stopnja zaupanja	99%	95%	90%	85%	80%	75%	70%	60%	50%
Faktor zanesljivosti RF	4.61	3.00	2.31	1.90	1.61	1.39	1.21	0.92	0.70

Faktor zanesljivosti RF, $(RF(j, 1-\alpha))$ pri določenem številu napak j in za določeno stopnjo zaupanja, se izračuna iz Poissonove porazdelitve $f(k;\lambda) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$ na naslednji način:

$$\sum_{i=j+1}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}\lambda^i}{i!} = \alpha. \tag{3.68}$$

Za število napak 0 in stopnjo zaupanja 99% se izračuna $RF(0, 1-0.01)$ kot:

$$\begin{aligned} &1-e^{-\lambda}=0.99\\ &e^{-\lambda}=1-0.99\\ &e^{-\lambda}=0.01\\ &\lambda=-\ln(0.01)=4.60517\\ &\Rightarrow RF(0,0.99)=4.60517 \end{aligned}$$

Na enak način se izračuna RF s številom napak 0 za druge stopnje zaupanja:

$$\begin{aligned} &RF(0,0.95): &&\lambda=-\ln(0.05)=2.99573 &&\Rightarrow RF(0,0.95)=2.99573\\ &RF(0,0.90): &&\lambda=-\ln(0.10)=2.30258 &&\Rightarrow RF(0,0.90)=2.30258\\ &RF(0,0.85): &&\lambda=-\ln(0.15)=1.89711 &&\Rightarrow RF(0,0.85)=1.89711\\ &RF(0,0.80): &&\lambda=-\ln(0.20)=1.60943 &&\Rightarrow RF(0,0.80)=1.60943\\ &RF(0,0.75): &&\lambda=-\ln(0.25)=1.38629 &&\Rightarrow RF(0,0.75)=1.38629\\ &RF(0,0.70): &&\lambda=-\ln(0.30)=1.20397 &&\Rightarrow RF(0,0.70)=1.20397\\ &RF(0,0.60): &&\lambda=-\ln(0.40)=0.91629 &&\Rightarrow RF(0,0.60)=0.91629\\ &RF(0,0.50): &&\lambda=-\ln(0.50)=0.69314 &&\Rightarrow RF(0,0.50)=0.69314 \end{aligned}$$

Podobno se izračuna RF za večje število napak:

<u>1 napaka:</u>

$$\begin{aligned} RF(1,0.95): \quad &1-e^{-\lambda}-e^{-\lambda}\lambda=0.99\\ &e^{-\lambda}+e^{-\lambda}\lambda=1-0.99\\ &e^{-\lambda}(1+\lambda)=0.01\\ &\Rightarrow RF(1,0.99)=6.63835 \end{aligned}$$

Izračun za nekaj drugih stopenj zaupanja:

$$\begin{aligned} &RF(1,0.95): &&e^{-\lambda}(1+\lambda)=0.05 &&\Rightarrow RF(1,0.95)=4.74386\\ &RF(1,0.90): &&e^{-\lambda}(1+\lambda)=0.10 &&\Rightarrow RF(1,0.90)=6.88972\\ &RF(1,0.50): &&e^{-\lambda}(1+\lambda)=0.50 &&\Rightarrow RF(1,0.50)=1.67835 \end{aligned}$$

2 napaki:

$$
\begin{aligned}
RF(1, 0.95): \quad 1 - e^{-\lambda} - e^{-\lambda}\lambda - \frac{e^{-\lambda}\lambda^2}{2} &= 0.99 \\
e^{-\lambda} + e^{-\lambda}\lambda + \frac{e^{-\lambda}\lambda^2}{2} &= 1 - 0.99 \\
e^{-\lambda}\left(1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{2}\right) &= 0.01 \\
\Rightarrow RF(2, 0.99) &= 8.40595
\end{aligned}
$$

Izračun za nekaj drugih stopenj zaupanja:

$$
\begin{aligned}
RF(2, 0.95): \quad & e^{-\lambda}\left(1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{2}\right) = 0.05 \quad \Rightarrow RF(2, 0.95) = 6.29579 \\
RF(2, 0.90): \quad & e^{-\lambda}\left(1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{2}\right) = 0.10 \quad \Rightarrow RF(2, 0.90) = 5.32232 \\
RF(2, 0.50): \quad & e^{-\lambda}\left(1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{2}\right) = 0.50 \quad \Rightarrow RF(2, 0.50) = 2.67406
\end{aligned}
$$

3 napake:

$$
\begin{aligned}
RF(1, 0.95): \quad 1 - e^{-\lambda} - e^{-\lambda}\lambda - \frac{e^{-\lambda}\lambda^2}{2} - \frac{e^{-\lambda}\lambda^3}{6} &= 0.99 \\
e^{-\lambda} + e^{-\lambda}\lambda + \frac{e^{-\lambda}\lambda^2}{2} + \frac{e^{-\lambda}\lambda^3}{6} &= 1 - 0.99 \\
e^{-\lambda}\left(1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{2} + \frac{\lambda^3}{6}\right) &= 0.01 \\
\Rightarrow RF(3, 0.99) &= 10.0451
\end{aligned}
$$

Izračun za nekaj drugih stopenj zaupanja:

$$
\begin{aligned}
RF(3, 0.95): \quad & e^{-\lambda}\left(1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{2} + \frac{\lambda^3}{6}\right) = 0.05 \quad \Rightarrow RF(3, 0.95) = 7.75336 \\
RF(3, 0.90): \quad & e^{-\lambda}\left(1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{2} + \frac{\lambda^3}{6}\right) = 0.10 \quad \Rightarrow RF(3, 0.90) = 6.68078 \\
RF(3, 0.50): \quad & e^{-\lambda}\left(1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{2} + \frac{\lambda^3}{6}\right) = 0.50 \quad \Rightarrow RF(3, 0.50) = 3.67206
\end{aligned}
$$

V Prilogi A so v tabeli podani faktorji zaupanja za različno število napak, najdenih v vzorcu [4].

Širitveni faktor EF je faktor, ki se ga uporablja pri MUS vzorčenju v primeru, ko se pričakuje napake, ki temeljijo na tveganju napačne sprejemljivosti in zmanjša vzorčno napako. Če se ne pričakuje napak, bo napovedana napaka (AE) enaka nič in se širitvenega faktorja ne bo uporabilo. Vrednosti faktorja pri določenih stopnjah zaupanja so prikazane v Tabeli 2 [4].

Tabela 2: Širitveni faktor glede na stopnjo zaupanja

Stopnja zaupanja	99%	95%	90%	85%	80%	75%	70%	60%	50%
Širitveni faktor RF	1.9	1.6	1.5	1.4	1.3	1.25	1.2	1.1	1.0

Izbira vzorca

Po določitvi velikosti vzorca je izbira vzorca narejena na podlagi verjetnosti sorazmerne z velikostjo, tj. proporcionalno s knjigovodsko vrednostjo enot (BV_i). To se običajno naredi s sistematično izbiro, pri čemer se uporabi vzorčni interval, ki je enak skupnim izdatkom (BV) in se ga deli z velikostjo vzorca n [4]:

$$SI = \frac{BV}{n}. \tag{3.69}$$

Običajno se vzorec izbere iz naključnega seznama vseh enot, iz katerega se izbere x-to monetarno enoto, pri čemer je x korak, ki ustreza knjigovodski vrednosti, deljeni z velikostjo vzorca, ki je vzorčni interval. Nekatere enote so lahko izbrane večkrat, če je njihova vrednost večja kot je velikost vzorčnega intervala. V tem primeru mora revizor narediti stratum, ki bo v celoti izbran v vzorec (exhaustive stratum), v katerem so vse enote, ki imajo večjo knjigovodsko vrednost kot je velikost vzorčnega intervala. Ta stratum se bo pri projekciji napak obravnavalo drugače.

Projicirana napaka

Postopek projekcije napak na populaciji sledi enakemu pristopu kot pri standardnem MUS vzorčenju. Ekstrapolacija se naredi drugače za enote v stratumu, ki bo v celoti izbran v vzorec (angl. exhaustive stratum), kot za enote v stratumu, ki ne bo v celoti izbran v vzorec (angl. non-exhaustive stratum).

V primeru stratuma, ki bo v celoti izbran v vzorec (angl. exhaustive stratum, tj. stratum, ki vsebuje vzorčne enote, kjer je knjigovodska vrednost višja od mejne vrednosti,

$BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$), je projicirana napaka enaka vsoti napak, ki so bile najdene pri enotah, ki pripadajo stratumu [4]:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i. \tag{3.70}$$

V primeru stratuma, ki ne bo v celoti izbran v vzorec (angl. non-exhaustive stratum, tj. stratum, ki vsebuje vzorčne enote, kjer je knjigovodska vrednost manjša od mejne vrednosti, $BV_{hi} \leq \frac{BV_h}{n_h}$) pa se projicirano napako izračuna tako, da se za vsako enoto v vzorcu izračuna stopnjo napake (tj. razmerje med napakami in pripadajočimi izdatki $\frac{E_i}{BV_i}$), se jih sešteje in nato pomnoži z vzorčnim intervalom SI:

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}. \tag{3.71}$$

Projicirana napaka pri določeni stopnji populacije je potem vsota zgornjih komponent:

$$EE = EE_e + EE_s. \tag{3.72}$$

Natančnost

Natančnost, ki meri vzorčno napako ima dve komponenti: osnovno natančnost BP (angl. Basic Precision) in prirastek AI (angl. Incremental Allowance) [4].

Osnovna natančnost PB je produkt med vzorčnim intervalom SI in faktorjem zanesljivosti RF, ki je bil že uporabljen za izračun velikosti vzorca:

$$BP = SI \times RF. \tag{3.73}$$

Prirastek AI se izračuna za vsako vzorčno enoto, ki vsebuje napako in pripada stratumu, ki ni v celoti izbran v vzorec (angl. non-exhaustive stratum). Za začetek je potrebno napake razvrstiti glede na padajočo vrednost projicirane napake. Po tem se prirastek izračuna za vsako tako enoto z napakami z uporabo naslednje formule:

$$AI_i = (RF(n) - RF(n-1) - 1) \times SI \times \frac{E_i}{BV_i}, \tag{3.74}$$

kjer je $RF(n)$ faktor zanesljivosti, ki se pojavi na n-ti stopnji pri določeni stopnji zaupanja (običajno enaki, kot je uporabljena za izračun velikosti vzorca), $RF(n-1)$ pa predstavlja faktor zanesljivosti na $(n-1)$ stopnji pri dani stopnji zaupanja. V Tabeli 3 je primer za izračun faktorja zaupanja pri 90% stopnji zaupanja [4].

Tabela 3: Faktor zaupanja glede na stopnjo napake

Stopnja napake	**Faktor zaupanja (RF)**	$\boldsymbol{RF(n) - RF(n-1) - 1}$
Stopnja nič	2.31	
1	3.89	0.58
2	5.33	0.44
3	6.69	0.36
4	8.00	0.31
...		

Skupni prirastek se izračuna kot vsota vseh enot s prirastkom:

$$IA = \sum_{i=1}^{n_s} IA_i. \tag{3.75}$$

Globalna natančnost SE je enaka vsoti dveh komponent, osnovne natančnosti BP in prirastka AI:

$$SE = BP + IA. \tag{3.76}$$

Vrednotenje

Za sklep o pomembnosti napak, je potrebno izračunati zgornjo mejo napake (ULE). Zgornja meja napake je enaka vsoti projicirane napake EE in natančnosti ekstrapolacije SE:

$$ULE = EE + SE. \tag{3.77}$$

Nato je potrebno projicirano napako in zgornjo mejo primerjati z najvišjo dopustno napako, da se pripravi revizijske zaključke [4]:

- Če je projicirana napaka večja kot je maksimalna dopustna napaka pomeni, da bo revizor zaključil, da obstaja dovolj dokazov, da so napake v populaciji večje kot je prag pomembnosti.
- Če je zgornja meja napake nižja od maksimalne dopustne napake, bo revizor zaključil, da so napake v populaciji nižje od praga pomembnosti.
- Če je projicirana napaka nižja od maksimalne dopustne napake in zgornja meja napake večja kot je maksimalna dopustna napaka bodo potrebne dodatne analize.

3.3.2 Izpeljava Stringerjeve zgornje meje

Stringerjeva meja je široko uporabljana nominalna $100(1-\alpha)\%$ zgornja meja zaupanja za skupno napako v računovodskih populacijah, pri katerih se uporablja vzorčenje na denarno enoto. Izkazalo se je, da je Stringerjeva meja v praksi konservativna [2].

Glavni cilj revizije finančne aktivnosti je oceniti skupno monetarno napako v navedenih bilancah tako, da se vzorči račune na primeren način in izdela statistične ocene ali meje zaupanja za skupno napako. Meje zaupanja so zelo pomembne, saj se lahko z njihovo pomočjo odgovori na pomembna vprašanja (npr. Ali so dejanska sredstva podjetij bistveno manjša od navedenih sredstev podjetja?) [2].

Dana je populacija enot knjigovodskih vrednosti $y_1, ..., y_N$. Iz te populacije je za namen revizije naključno izbranih n enot $(j_1, ..., j_n)$. x_j predstavlja revidirano vrednost j-te enote. Observacije $(X_1, Y_1), ..., (X_n, Y_n)$ predstavljajo revizijske in računovodske vrednosti izbranih enot. Glavni cilj je določiti zgornjo (ali spodnjo) mejo zaupanja za populacijske napake $\Delta = \sum_{j=1}^{N}(y_j - x_j)$.

Najbolj priljubljena metoda vzorčenja je MUS metoda (oz. vzorčenje sorazmerno velikosti, brez zamenjave). To pomeni, da je prva enota izbrana z verjetnostjo $\frac{y_j}{Y}$, kjer je $Y = \sum_{i=1}^{N} y_i$. Druga enota je izbrana iz preostalih enot z verjetnostjo, ki je spet sorazmerna knjigovodski vrednosti izbrane enote itn. Ker je N v tej situaciji velik, je mogoče narediti približek te sheme tako, da se vzorči sorazmerno z velikostjo z zamenjavo, kar vodi v to, da sta (X_i, Y_i) i.i.d. (angl. Independent and identically distributed - neodvisni in enako porazdeljeni) z verjetnostno porazdelitvijo

$$P[(X_i, Y_i) = (x_i, y_i)] = \frac{y_j}{Y}, \quad 1 \leq j \leq N. \tag{3.78}$$

O populaciji se ne predpostavi nič več, UMVU (angl. Minimum Variance Unbiased Estimator - nepristranska ocena z minimalno varianco) cenilka Δ je potem

$$\Delta = Yn^{-1}\sum_{i=1}^{n} T_i, \tag{3.79}$$

kjer je T_i "taint"i-te izbrane enote, $T_i = \frac{(Y_i - X_i)}{Y_i}$.

Običajno se predpostavi, kar tudi pogosto velja v populaciji terjatev, da je $0 \leq T_i \leq 1$; le precenjenost je mogoča z maksimalno napako knjigovodskih vrednosti. Na ta način se zmanjša težava z določanjem meje zaupanja Δ na to, da se določi mejo zaupanja na

$\mu = E(T_i)$, ki temelji na i.i.d. vzorcu $T_1, ..., T_n$, ko poznamo $0 \leq T_i \leq 1$. Standardna normalna in t aproksimaciji veljata, vendar se je v praksi izkazalo, da sta slabi. Razlog za to pa je najverjetneje ta, da je večina T_i enakih 0, porazdelitev T je zelo popačena (angl. highly skewed) in število observacij, ki so na voljo za izračun $E(T \mid T > 0)$ (faktor, ki je ključnega pomena za $E(T)$) je majhno ali včasih celo enako 0. Za reševanje te težave, se je Stringerjeva zgornja meja izkazala kot zanesljiva in se jo obširno uporablja v knjigovodstvu.

Če je $M \equiv$ številu neničelnih T_i, naj bodo $0 < z_M \leq \cdots \leq z_i$ urejeni, neničelni T_i. Naj bo $p(j; 1-\alpha)$ natančna $1-\alpha$ zgornja meja zaupanja za p, ko je X porazdeljen binomsko (n, p) in je $X = j$. Tako je $p(j; 1-\alpha)$ enolična rešitev

$$\sum_{k=j+1}^{n} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = 1-\alpha, \tag{3.80}$$

če je $j < k$ in $p(n; 1-\alpha) = 1$.

Stringerjeva meja (za povprečno napako (angl. "taint") μ) je

$$\bar{\mu}_{ST} \equiv p(0; 1-\alpha) + \sum_{j=1}^{M} [p(j; 1-\alpha) - p(j-1; 1-\alpha)] z_j. \tag{3.81}$$

Lastnost te meje, ki je posebej privlačna revizorjem je ta, da realno zagotovi neničelno zgornjo mejo, če ni opaženih napak v vzorcu. Poleg tega, če je populacija brez napak, poda enak rezultat ne glede na to, kateri vzorec je izbran iz populacije. Očitno, če $P[T > 0] = 0$,

$$P[\bar{\mu}_{ST} \geq \mu] \geq 1-\alpha. \tag{3.82}$$

V dokazu izreka 3.1, ki sledi, bo uporabljena Abelova sumacijska formula, ki pravi naslednje:

Naj bosta $a_0, a_1, ...$ in $b_0, b_1, ...$ zaporedji in definirajmo

$$A_n = \sum_{k=0}^{n} a_k. \tag{3.83}$$

Potem velja

$$\sum_{k=0}^{n} a_k b_k = \sum_{k=0}^{n-1} A_k (b_k - b_{k+1}) + A_n b_n. \tag{3.84}$$

Izrek 3.1. *Naj bo $\alpha \in (0,1)$ izbran. Stringerjeva meja je večja od parametra, ki ga ocenjujemo z verjetnostjo*

$$P[\bar{\mu}_{ST} \geq \mu] \geq (1-\alpha)^{n+1} \quad za \quad n \geq 2. \tag{3.85}$$

Dokaz. Predpostavimo $0 \leq T \leq 1$.
Za motivacijo Stringerjeve meje naj bo $\pi \equiv P[T > 0]$, $\mu \equiv E(T)$ in G (zvezna) je pogojna porazdelitev T pri danem $T > 0$. Potem,

$$\mu = \pi \int_0^1 t \, dG(t) \tag{3.86}$$

in za M, $z_1, \ldots z_M$ fiksni,

$$\begin{aligned} &= \pi \sum_{j=0}^{M} \int_{[z_{j+1}, z_j]} t \, dG(t) \\ &\leq \pi \left\{ \sum_{j=0}^{M} z_j (G(z_j) - G(z_{j+1}) \right\} \end{aligned} \tag{3.87}$$

kjer je $z_0 \equiv 0$, $z_{M+1} = 0$. Potem, po Abelovi sumacijski formuli,

$$\mu \leq \pi \left\{ \sum_{j=0}^{M-1} (z_j - z_{j+1})(1 - G(z_{j+1})) + z_M \right\}. \tag{3.88}$$

Ponovno po Abelu,

$$\bar{\mu}_{ST} = \sum_{j=0}^{M-1} (z_j - z_{j+1}) p(j, 1-\alpha) + z_M p(M, 1-\alpha). \tag{3.89}$$

Naj bodo $U_1, \ldots, U_n$ i.i.d. enotne $(0,1)$ in $U_{(1)} < \cdots < U_{(n)}$ ustrezni redi statistik (angl. order statistics). Potem, če je G zvezen,

$$\mathbf{L}(1 - G(z_1), \ldots, 1 - G(z_M), M) = \mathbf{L}(U_{(1)}, \ldots, U_{M'}, M'), \tag{3.90}$$

kjer je $M' \equiv \#\{i : U_i \leq \pi\}$, in $\mathbf{L}$ označuje večrazsežno porazdelitev (angl. joint law). Poleg tega, po definiciji $p(j, 1-\alpha)$,

$$P[U_{(j+1)} \leq p(j, 1-\alpha)] = 1 - \alpha \quad za \quad 0 \leq j \leq n-1. \tag{3.91}$$

Sedaj predpostavimo, da je $\pi = 1$ tako, da $M = n$. Potem je mogoče videti, da $\bar{\mu}_{ST}$ enostavno nadomesti vsak $1 - G(z_{j+1})$ s svojo $1 - \alpha$ zgornjo napovedano mejo $p(j, 1-\alpha)$. □

Obstajajo tudi druge variante Stringerjeve zgornje meje. Stringerjevo zgornjo mejo, kot je zgoraj opisana po Binomski porazdelitvi, lahko aproksimiramo na primer tudi s Poissonovo porazdelitvijo.

Stringerjeva meja je sicer priljubljena med revizorji, vendar statistično ne da natančnosti vzorca.

Za izpeljavo Stringerjeve zgornje meje je bilo kot glavno gradivo uporabljeno [2].

4 Simulacija

4.1 Opis scenarijev

S pomočjo računalniškega programa bodo narejene simulacije na več možnih scenarijih. V prvem koraku je potrebno iz populacije izbrati reprezentativne vzorce, nato pa narediti teste tako, da se simulira veliko število vzorčenj na hipotetični populaciji in umetno dodeli napake.

Naredila bom simulacije za standardni MUS in za standardni MUS s stratifikacijo. Primerjala bom rezultate simulacij za obe metodi, predvsem standardni odklon ocen napak v vzorcih, saj je cilj preveriti, pri kateri metodi bo standardni odklon manjši in na ta način ugotoviti, katera metoda boljše oceni napake.

Za simulacije sem uporabila Microsoft Excel in program R. V Excelu sem urejala podatke, dodelila napake in stratificirala populacijo, ostale simulacije pa sem naredila v programu R.

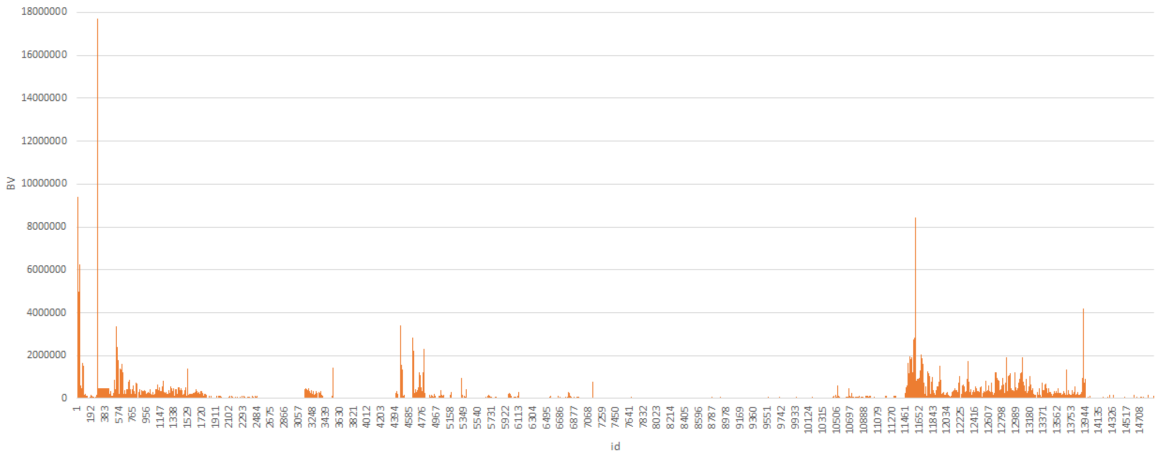
4.1.1 Pregled podatkov

Na voljo so podatki o zahtevkih iz leta 2014 Urada RS za nadzor proračuna. Urad na njihovih straneh sicer objavlja rezultate revizij, vendar samo za vzorec in ne poimensko. Iz populacije so bile že odstranjene enote z visoko vrednostjo. Za zahtevke iz populacije ne poznamo napak.

Vseh zahtevkov v populaciji je 14.897. Zaradi varovanja podatkov sem zahtevke, ki sem jih označila z BV (angl. Book Value) postavila v naključen vrstni red in jim dodelila števila od 1 do 14.897, ki sem jih poimenovala id (angl. identifier).

Na Sliki 9 so prikazani podatki, ki jih imam na voljo.

Slika 9: Pregled populacije



V Tabeli 4 so prikazane opisne statistike za pregled populacije. V celotni populaciji je 14.897 observacij (zahtevkov). Vsota vseh zahtevkov znaša 984.497.931,56 €. Najmanjši zahtevek znaša 0,37 €, največji pa 66.086,99 €. V podatkih ni manjkajočih vrednosti.

Tabela 4: Pregled populacije

Število observacij	Vsota	Povprečje	Min	Max	Manjkajoče vrednosti
14.897	984.497.931,56	66.086,99	0,37	17.689.291	0

4.1.2 Dodelitev napak

V realnosti se pojavljajo napake velikosti nekaj odstotkov. Napake sem dodelila na več različnih načinov zato, da bom na koncu primerjala dobljene rezultate različnih simulacij in videla kakšen vpliv ima napaka, in tudi zato, da poskušam ustvariti situacijo, ki bi bila čim bolj podobna realni, saj v podatkih, ki jih imam na razpolago ni podatka o napaki. Za dodelitev napak sem uporabila generator naključnih števil.

Populaciji sem napake dodelila na tri različne načine:

1. V prvem primeru sem vsaki enoti naključno dodelila napako med 0% in 5% zahtevka,
2. v drugem primeru sem vsaki enoti naključno dodelila 0 ali 1,
3. v tretjem primeru pa sem vsaki enoti dodelila vrednost 0, 0.01, 0.05 ali 0.1.

Ko sem zaključila s postopkom dodeljevanja napak, sem za vsakega izmed zgoraj naštetih scenarijev pregledala, kolikšna je skupna nastala napaka v populaciji tako, da sem napake pomnožila z vrednostmi zahtevkov, dobljeno seštela in primerjala z vsoto vseh zahtevkov.

V Tabeli 5 je prikazano, kolikšne so skupne dodeljene napake v populaciji. Najmanjša skupna napaka se je pojavila v primeru, ko sem zahtevkom dodelila napake med 0% in 5%. Skupna napaka 2.52% skupnih zahtevkov je precej realna. V preostalih dveh primerih pa se je pojavila nekoliko višja skupna napaka.

Tabela 5: Pregled napak populacije

	Napake med 0% in 5%	**Napake 0 ali 1**	**Napake 0, 0.01, 0.05 ali 0.1**
Skupna napaka	2.52%	4.82%	3.93%

4.2 Standardni MUS

4.2.1 Vzorčenje

Odločila sem se, da bom ustvarila vzorca velikosti 100 in 400. Vzorčila sem tako, da sem glede na velikost vzorca določila mejno vrednost. Nato sem odstranila opazovane vrednosti, ki so višje od mejne vrednosti in pripadajo visokemu stratumu in izračunala interval za sistematično izbiro in začetno točko. S pomočjo intervala in začetne točke sem izbrala enote v vzorec. V nadaljevanju bom podrobneje opisala postopek.

Primer: vzorec velikosti n=100

V prvem koraku sem izračunala mejno vrednost tako, da sem vsoto vseh zahtevkov delila z velikostjo vzorca:

$$\frac{\sum_{i=1}^{14.897} BV_i}{n} = \frac{984.497.931,6}{100} = 9.844.979,31 \tag{4.1}$$

Zahtevke sem uredila po vrsti, od največjega do najmanjšega in primerjala mejno vrednost z zahtevki, ki imajo najvišje vrednosti in ugotovila, da je en zahtevek tak, ki je večji od mejne vrednosti in bo izbran v vzorec.

Sedaj je potrebno izbrati še 99 enot iz vzorca. Izračunala sem interval za sistematično izbiro SI tako, da sem od vsote vseh zahtevkov odštela vrednost stratuma z visoko vrednostjo in to delila s številom enot, ki jih je potrebno še izbrati iz vzorca:

$$SI = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{BV_i - BV_e}{n - n_e} = \frac{984.497.931,6 - 17.689.291}{100 - 1} = 9.765.743,84 \tag{4.2}$$

Po izračunu tega intervala sem preverila ali je poleg enote, ki je bila že izbrana v visok stratum, še kakšna enota, ki je večja kot interval SI. Takega zahtevka v preostali populaciji ni bilo, zato sem lahko nadaljevala z izbiro vzorca.

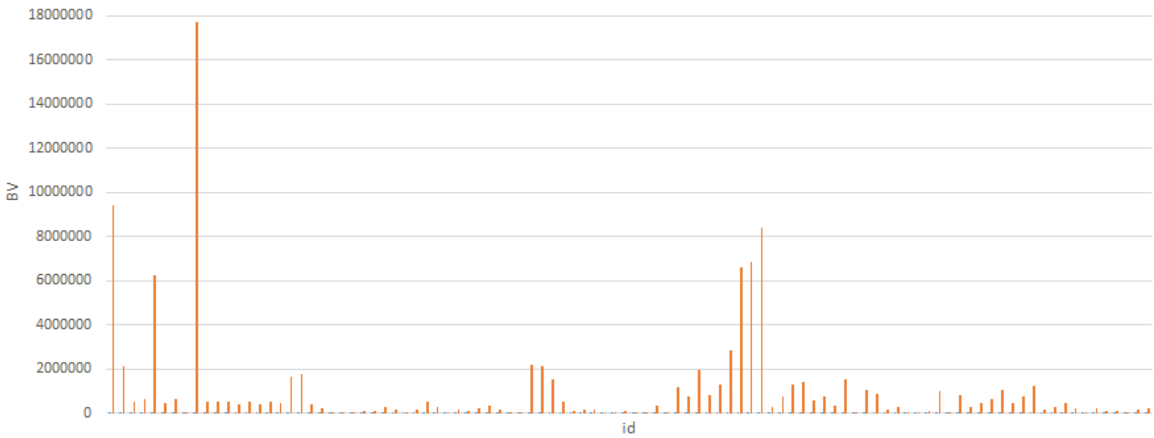
V naslednjem koraku sem zahtevke postavila v naključni vrstni red in s pomočjo generatorja naključnih števil izbrala začetno točko med 0 in SI (izbrala sem 3.289.208). Izvedla sem izbiro vzorca, kot je prikazano na slikah 5, 6, 7 in 8 v poglavju 3.2.4.

V Tabeli 6 in na Sliki 10 je prikazan primer vzorca velikosti 100.

Tabela 6: Primer vzorca n=100

	Število observacij	**Vsota**	**Povprečje**	**Min**	**Max**
Visok stratum	1	17.689.291	17.689.291	17.689.291	17.689.291
Ostalo	99	87.716.700,36	886.027,28	600	9.409.741,30
Skupaj	100	105.405.991,36	1.054.059,91	600	17.689.291

Slika 10: Primer vzorca n=100



Primer: vzorec velikosti n=400

V prvem koraku sem izračunala mejno vrednost tako, da sem vsoto vseh zahtevkov delila z velikostjo vzorca:

$$\frac{\sum_{i=1}^{14.897} BV_i}{n} = \frac{984.497.931,6}{400} = 2.461.244,83 \tag{4.3}$$

Zahtevke sem uredila po vrsti, od največjega do najmanjšega, in primerjala mejno vrednost z zahtevki, ki imajo najvišje vrednosti in ugotovila, da je 17 zahtevkov takih, ki so večji od mejne vrednosti in bodo izbrani v vzorec.

Sedaj je potrebno izbrati še preostale enote iz vzorca. Izračunala sem interval za sistematično izbiro SI tako, da sem od vsote vseh zahtevkov odštela vrednost stratuma z visoko vrednostjo in to delila s številom enot, ki jih je potrebno še izbrati iz vzorca:

$$SI = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{BV_i - BV_e}{n - n_e} = \frac{984.497.931,6 - 49.098.885,07}{400 - 17} = 2.324.801,69 \tag{4.4}$$

Po izračunu tega intervala sem preverila ali je poleg enot, ki so bila že izbrane v visok stratum, še kakšna enota z vrednostjo BV, ki je večja kot interval vzorčenja. V preostali populaciji sem našla dva zahtevka, ki sta bila večja kot izračunani interval SI. Vrednost zahtevkov pa ne sme biti večja od intervala SI, saj bi lahko zaradi tega pri vzorčenju isto enoto izbrali dvakrat. Iz tega razloga, sem ponovno izračunala interval SI in pri tem upoštevala, da sta sedaj tudi ta dva zahtevka umeščena v visok stratum, ki vsebuje 19 enot:

$$SI = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{BV_i - BV_e}{n - n_e} = \frac{984.497.931,6 - 98.851.691,79}{400 - 19} = 2.324.530,81 \tag{4.5}$$

Po ponovnem izračunu intervala SI sem preverila ali je ponovno kakšna enota večja kot interval SI. Takega zahtevka v preostali populaciji ni bilo, zato sem lahko nadaljevala z izbiro vzorca.

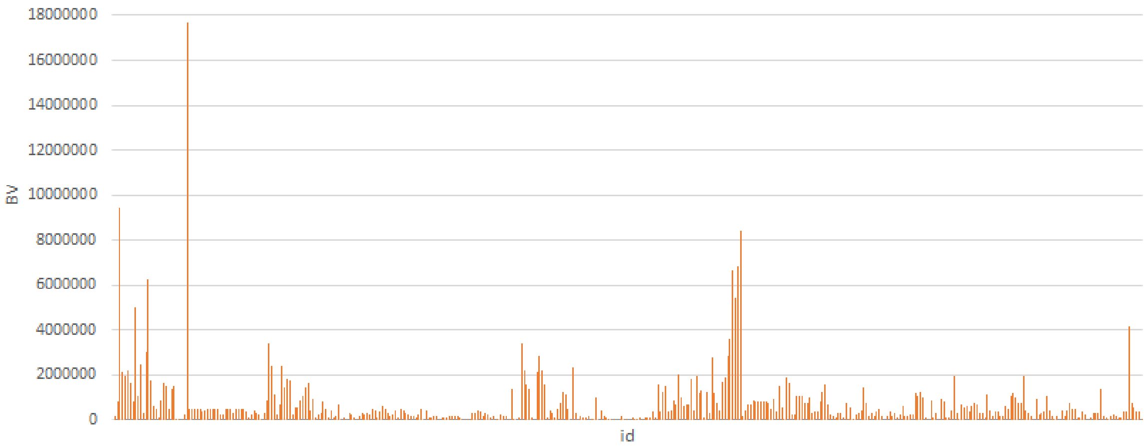
V naslednjem koraku sem zahtevke postavila v naključni vrstni red in s pomočjo generatorja naključnih števil izbrala začetno točko med 0 in SI (izbrala sem 132.517). Izvedla sem izbiro vzorca, kot je prikazano na slikah 5, 6, 7 in 8 v poglavju 3.2.4.

V Tabeli 7 na Sliki 11 je prikazan primer vzorca velikosti 400.

Tabela 7: Primer vzorca n=400

	Število observacij	**Vsota**	**Povprečje**	**Min**	**Max**
Visok stratum	19	98.851.691,79	5.202.720,62	2.362.188,55	17.689.291
Ostalo	381	192.646.462,27	505.633,76	148,84	2.315.000
Skupaj	400	291.498.154,06	728.745,39	148,84	17.689.291

Slika 11: Primer vzorca n=400



4.2.2 Simulacija

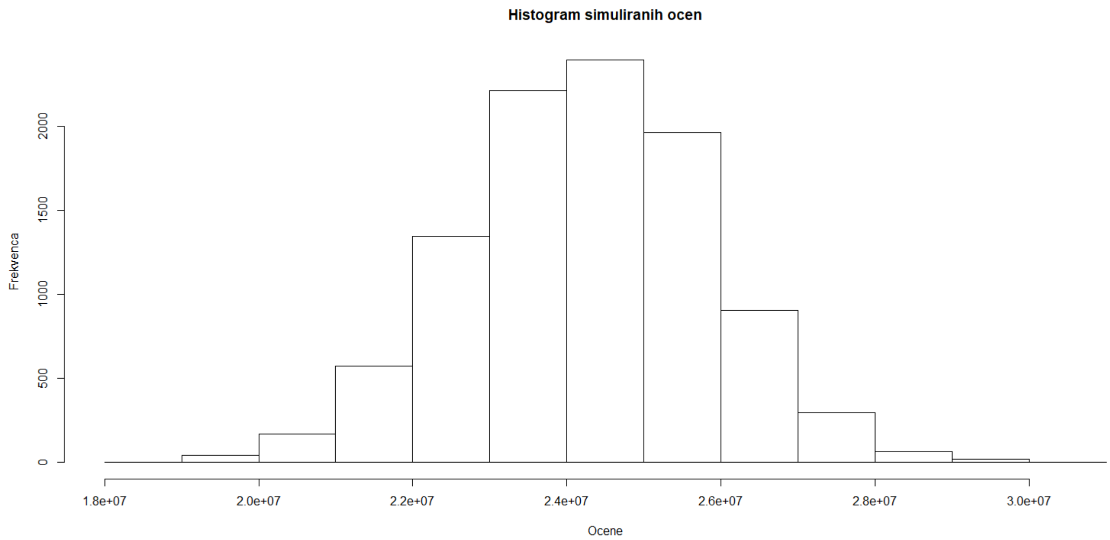
Prej opisani postopek sem v programu R ponovila 10.000 krat in ocenila napake. Na ta način lahko vidimo, kako natančno je vzorčenje. Tako sem dobila 10.000 ocen napake. Simulacijo sem ponovila za različne dodelitve napak in velikosti vzorca. V simulacijah ni bilo vključenega visokega stratuma (odstranjenih enot), saj je natančnost ocene odvisna samo od preostanka populacije. Končna ocena bi upoštevala še izločene enote, bi pa to pomenilo samo premik histograma.

V nadaljevanju bodo prikazani histogrami za različne simulacije in pregled rezultatov.

MUS: Simulacija vzorca velikosti 100 pri napakah med 0% in 5%

Pri simulaciji vzorca velikosti n=100 pri napakah med 0% in 5% je bila povprečna ocenjena vzorčna napaka po 10.000 ponovitvah vzorčenja enaka 24.235.224, kar je zelo blizu populacijski napaki, ki znaša 24.240.156. Standardni odklon ocenjenih napak vzorcev je 1.569.306. Na Sliki 12 je prikazan histogram simuliranih ocen za ta primer.

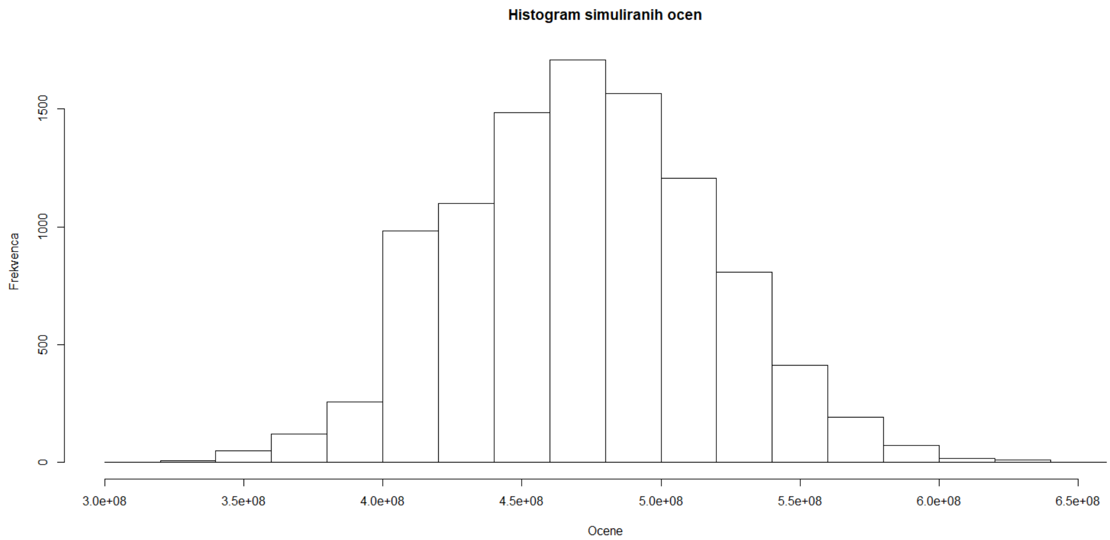
Slika 12: MUS: Simulacija vzorca velikosti 100 pri napakah med 0% in 5%



MUS: Simulacija vzorca velikosti 100 pri napakah 0 ali 1

Pri simulaciji vzorca velikosti n=100 pri napakah 0 ali 1 je bila povprečna ocenjena vzorčna napaka po 10.000 ponovitvah vzorčenja enaka 474.857.300, kar je zelo blizu populacijski napaki, ki znaša 474.903.213. Standardni odklon ocenjenih napak vzorcev je 46.249.086. Na Sliki 13 je prikazan histogram simuliranih ocen za ta primer.

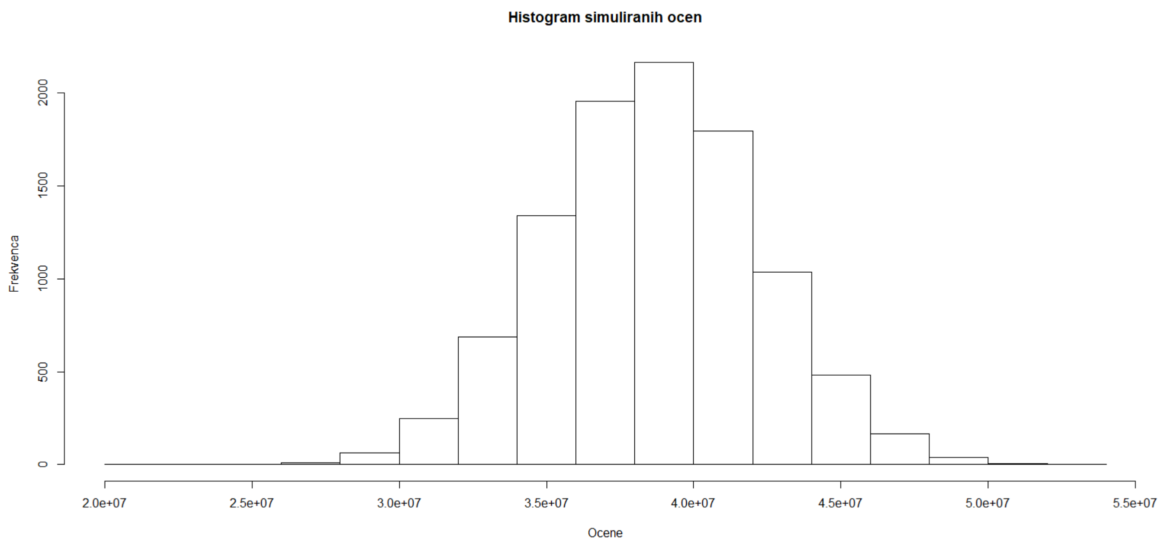
Slika 13: MUS: Simulacija vzorca velikosti 100 pri napakah 0 ali 1



MUS: Simulacija vzorca velikosti 100 pri napakah 0, 0.01, 0.05 ali 0.1

Pri simulaciji vzorca velikosti n=100 pri napakah 0, 0.01, 0.05 ali 0.1 je bila povprečna ocenjena vzorčna napaka po 10.000 ponovitvah vzorčenja enaka 38.631.941, kar je zelo blizu populacijski napaki, ki znaša 38.586.072. Standardni odklon ocenjenih napak vzorcev je 3.613.925. Na Sliki 14 je prikazan histogram simuliranih ocen za ta primer.

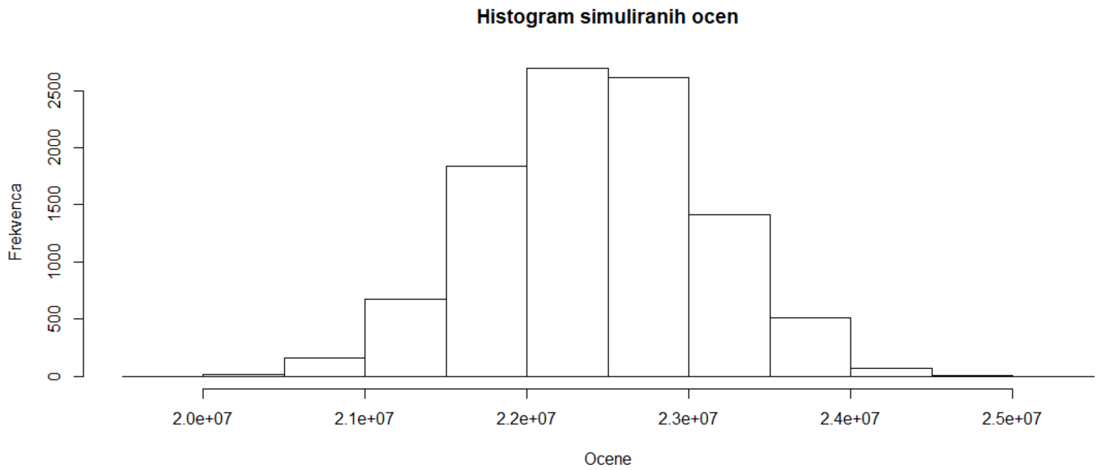
Slika 14: MUS: Simulacija vzorca velikosti 100 pri napakah 0, 0.01, 0.05 ali 0.1



MUS: Simulacija vzorca velikosti 400 pri napakah med 0% in 5%

Pri simulaciji vzorca velikosti n=400 pri napakah med 0% in 5% je bila povprečna ocenjena vzorčna napaka po 10.000 ponovitvah vzorčenja enaka 22.423.990, kar je zelo blizu populacijski napaki, ki znaša 22.430.920. Standardni odklon ocenjenih napak vzorcev je 675.808,2. Na Sliki 15 je prikazan histogram simuliranih ocen za ta primer.

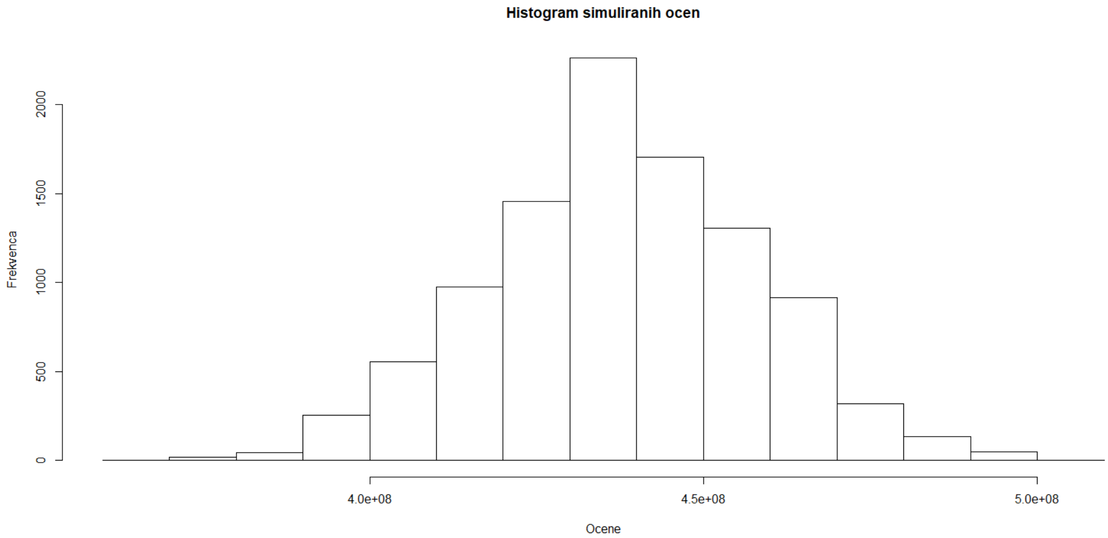
Slika 15: MUS: Simulacija vzorca velikosti 400 pri napakah med 0% in 5%



MUS: Simulacija vzorca velikosti 400 pri napakah 0 ali 1

Pri simulaciji vzorca velikosti n=400 pri napakah 0 ali 1 je bila povprečna ocenjena vzorčna napaka po 10.000 ponovitvah vzorčenja enaka 437.652.048, kar je zelo blizu populacijski napaki, ki znaša 437.516.825. Standardni odklon ocenjenih napak vzorcev je 20.131.732. Na Sliki 16 je prikazan histogram simuliranih ocen za ta primer.

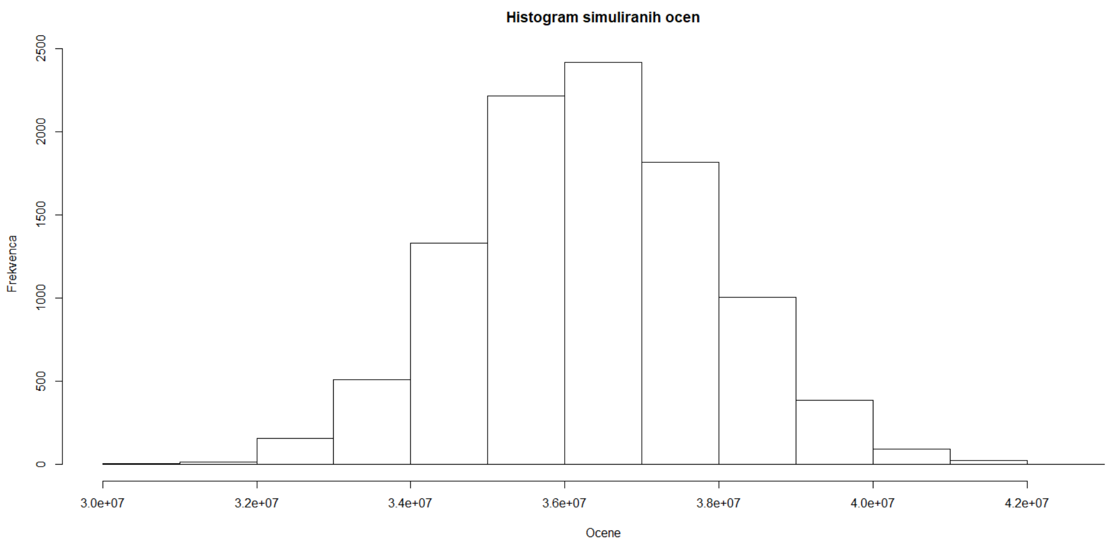
Slika 16: MUS: Simulacija vzorca velikosti 400 pri napakah 0 ali 1



MUS: Simulacija vzorca velikosti 400 pri napakah 0, 0.01, 0.05 ali 0.1

Pri simulaciji vzorca velikosti n=400 pri napakah 0, 0.01, 0.05 ali 0.1 je bila povprečna ocenjena vzorčna napaka po 10.000 ponovitvah vzorčenja enaka 36.331.016, kar je zelo blizu populacijski napaki, ki znaša 36.311.598 Standardni odklon ocenjenih napak vzorcev je 1.606.253 Na Sliki 17 je prikazan histogram simuliranih ocen za ta primer.

Slika 17: MUS: Simulacija vzorca velikosti 400 pri napakah 0, 0.01, 0.05 ali 0.1



4.2.3 Pregled rezultatov simulacij

V Tabeli 8 so prikazani rezultati simulacij za standardni MUS za vzorce velikosti 100 in 400 in za napake med 0% in 5% (Napake 1), za napake med 0 in 1 (Napake 2) in za napake 0, 0.01, 0.05 ali 0.1 (Napake 3) in sicer povprečje ocenjenih vzorčnih napak, standardna napaka (SE) ocenjenih vzorčnih napak in dejanska skupna populacijska napaka.

Tabela 8: Pregled rezultatov simulacij za standardni MUS

		Napake 1	Napake 2	Napake 3
n=100	**Povprečje ocenjenih napak**	24.235.224	474.857.300	38.631.941
	SE ocenjenih napak	1.569.306	46.249.086	3.613.925
	Dejanska skupna napaka	24.240.156	474.903.213	38.586.072
n=400	**Povprečje ocenjenih napak**	22.423.990	437.652.048	36.331.016
	SE ocenjenih napak	675.808,2	20.131.732	1.606.253
	Dejanska skupna napaka	22.430.920	437.516.825	36.311.598

Razlika v dejanski skupni napaki populacije med vzorcema izhaja iz dejstva, da so bile za vsak vzorec odstranjene enote z visoko vrednostjo in sicer, za vzorec velikosti 100 ena enota, za vzorec velikosti 400 pa 19 enot in je zato v populaciji za vzorec velikosti 400 osemnajst enot manj kot v populaciji za vzorec velikosti 100, kar vpliva na dejansko skupno napako. Iz simulacij je razvidno, da se najmanjši standardni odklon pojavi v primeru, ko so bile dodeljene napake med 0% in 5%. Povečanje velikosti vzorca iz 100 na 400 ima vpliv na točnost ocen in zmanjšanje standardnega odklona ocenjenih napak.

4.3 Stratificirani MUS

Cilj simulacije po metodi stratificiranega MUS vzorčenja je dobiti odgovor na vprašanje, ali stratifikacija zmanjša variabilnost ocen.

4.3.1 Stratifikacija

Populacijo sem stratificirala tako, da sem zahtevke razporedila po vrsti od največjega do najmanjšega in populacijo razdelila na 3 dele. To sem naredila posebej za vzorec velikosti 100 in 400 po tem, ko so bile odstranjene enote z visokimi vrednostmi (za vzorec velikosti 100 je bila odstranjena 1 enota, za vzorec velikosti 400 pa 19 enot). Nato sem izračunala, koliko enot mora biti izbranih v vzorec iz posameznega stratuma. To sem naredila proporcionalno glede na skupno knjigovodsko vrednost posameznega stratuma tako, da sem za vsak stratum izračunala skupno knjigovodsko vrednost, jo delila s skupno knjigovodsko vrednostjo populacije in to pomnožila z velikostjo vzorca.

Število enot v posameznem stratumu in število enot, ki bodo iz vsakega stratuma izbrane v vzorec je prikazano v Tabeli 9.

Tabela 9: Pregled velikosti stratumov in števila enot ki bodo izbrane v vzorec

	Vzorec velikosti 100		**Vzorec velikosti 400**	
	Velikost stratuma	**Izbrane enote**	**Velikost stratuma**	**Izbrane enote**
Visok stratum	4.964	97	4.958	370
Srednji stratum	4.966	2	4.960	11
Nizek stratum	4.966	0	4.960	0

4.3.2 Simulacija

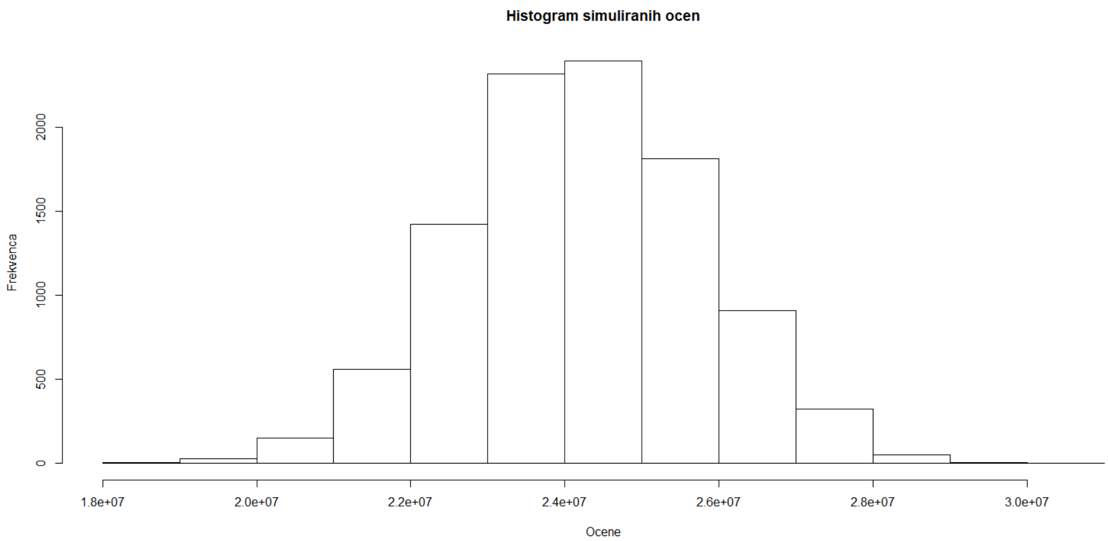
Pri simulaciji je bilo za vzorec velikosti 100 iz visokega stratuma izbranih 97 enot, iz srednjega 2 enoti, iz nizkega stratuma ni bilo izbranih enot, skupaj 99 enot (ena enota je bila odstranjena), pri vzorcu velikosti 400 pa je bilo iz visokega stratuma izbranih 370 enot, iz srednjega 11 enot, iz nizkega stratuma ni bilo izbranih enot, skupaj 381 (19 enot je bilo odstranjenih). Enote so bile iz stratumov izbrane na enak način kot pri standardnem MUS pristopu. Za vsak stratum je bilo narejenih 10.000 ponovitev.

V nadaljevanju bodo prikazani histogrami za različne simulacije in pregled rezultatov.

Stratificirani MUS: Simulacija vzorca velikosti 100 pri napakah med 0% in 5%

Pri simulaciji vzorca velikosti n=100 pri napakah med 0% in 5% je bila povprečna ocenjena vzorčna napaka po 10.000 ponovitvah vzorčenja enaka 24.226.175, kar je zelo blizu populacijski napaki, ki znaša 24.240.156. Standardni odklon ocenjenih napak vzorcev je 1.560.393. Na Sliki 18 je prikazan histogram simuliranih ocen za ta primer.

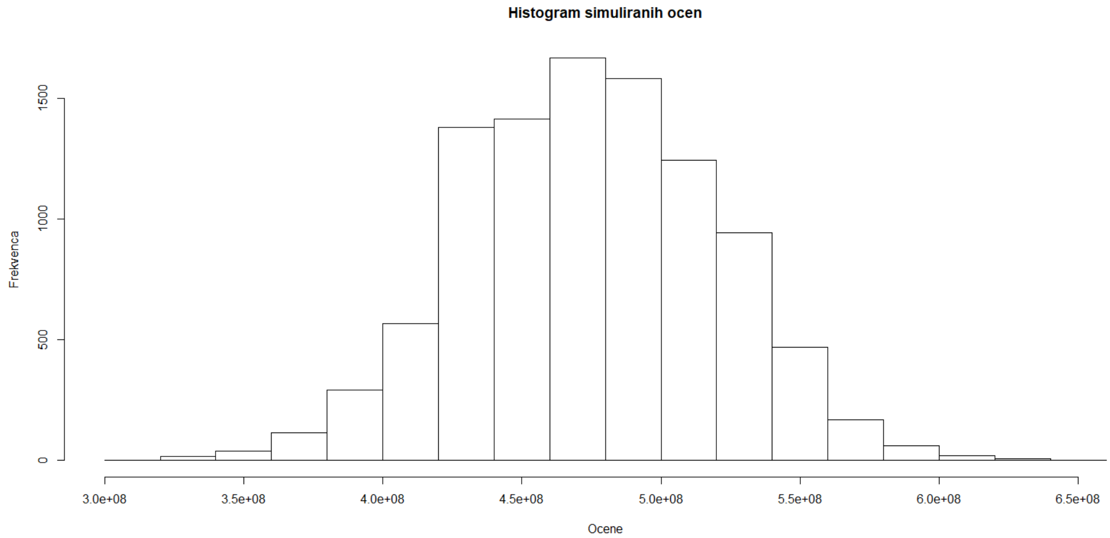
Slika 18: Stratificirani MUS: Simulacija vzorca velikosti 100 pri napakah med 0% in 5%



Stratificirani MUS: Simulacija vzorca velikosti 100 pri napakah 0 ali 1

Pri simulaciji vzorca velikosti n=100 pri napakah 0 ali 1 je bila povprečna ocenjena vzorčna napaka po 10.000 ponovitvah vzorčenja enaka 474.919.562, kar je zelo blizu populacijski napaki, ki znaša 474.903.213. Standardni odklon ocenjenih napak vzorcev je 45.575.222. Na Sliki 19 je prikazan histogram simuliranih ocen za ta primer.

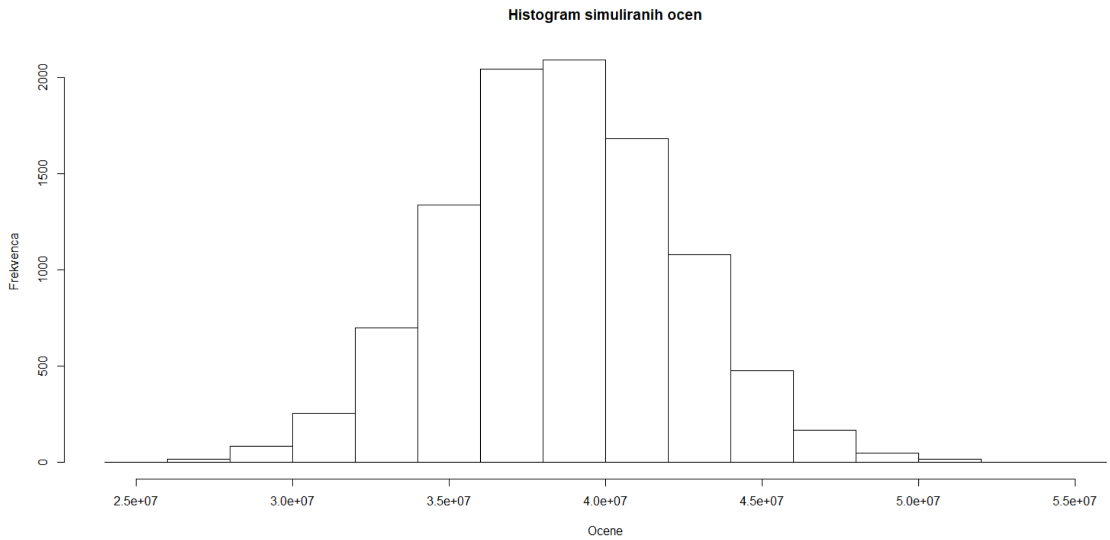
Slika 19: Stratificirani MUS: Simulacija vzorca velikosti 100 pri napakah 0 ali 1



Stratificirani MUS: Simulacija vzorca velikosti 100 pri napakah 0, 0.01, 0.05 ali 0.1

Pri simulaciji vzorca velikosti n=100 pri napakah 0, 0.01, 0.05 ali 0.1 je bila povprečna ocenjena vzorčna napaka po 10.000 ponovitvah vzorčenja enaka 38.581.437, kar je zelo blizu populacijski napaki, ki znaša 38.586.072. Standardni odklon ocenjenih napak vzorcev je 3.713.369. Na Sliki 20 je prikazan histogram simuliranih ocen za ta primer.

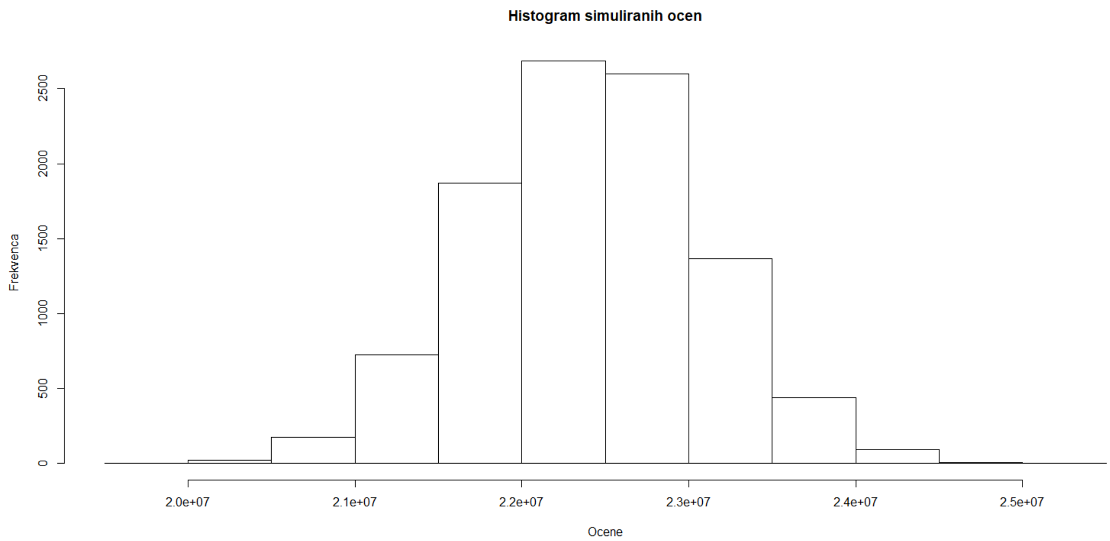
Slika 20: Stratificirani MUS: Simulacija vzorca velikosti 100 pri napakah 0, 0.01, 0.05 ali 0.1



Stratificirani MUS: Simulacija vzorca velikosti 400 pri napakah med 0% in 5%

Pri simulaciji vzorca velikosti n=400 pri napakah med 0% in 5% je bila povprečna ocenjena vzorčna napaka po 10.000 ponovitvah vzorčenja enaka 22.408.575, kar je zelo blizu populacijski napaki, ki znaša 22.430.920. Standardni odklon ocenjenih napak vzorcev je 684.627,3. Na Sliki 21 je prikazan histogram simuliranih ocen za ta primer.

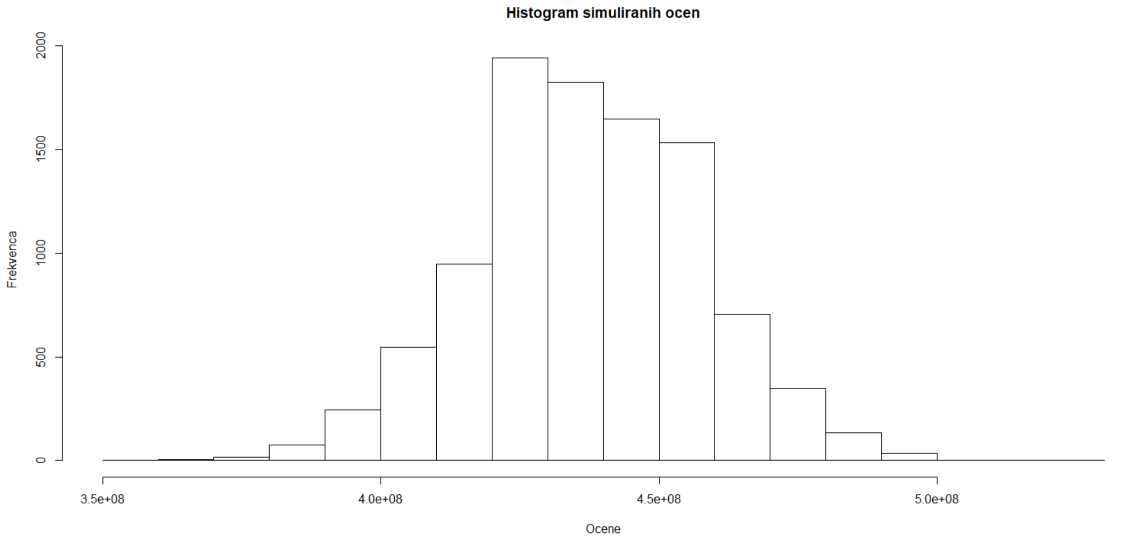
Slika 21: Stratificirani MUS: Simulacija vzorca velikosti 400 pri napakah med 0% in 5%



Stratificirani MUS: Simulacija vzorca velikosti 400 pri napakah 0 ali 1

Pri simulaciji vzorca velikosti n=400 pri napakah 0 ali 1 je bila povprečna ocenjena vzorčna napaka po 10.000 ponovitvah vzorčenja enaka 437.236.749, kar je zelo blizu populacijski napaki, ki znaša 437.516.825. Standardni odklon ocenjenih napak vzorcev je 20.121.732. Na Sliki 22 je prikazan histogram simuliranih ocen za ta primer.

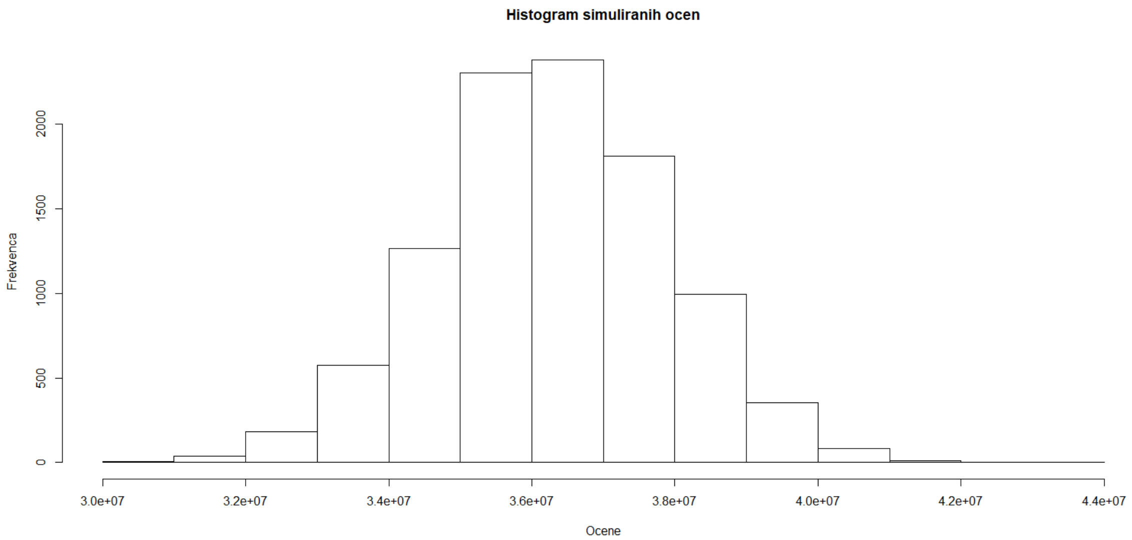
Slika 22: Stratificirani MUS: Simulacija vzorca velikosti 400 pri napakah 0 ali 1



Stratificirani MUS: Simulacija vzorca velikosti 400 pri napakah 0, 0.01, 0.05 ali 0.1

Pri simulaciji vzorca velikosti n=400 pri napakah 0, 0.01, 0.05 ali 0.1 je bila povprečna ocenjena vzorčna napaka po 10.000 ponovitvah vzorčenja enaka 36.273.249, kar je zelo blizu populacijski napaki, ki znaša 36.311.598. Standardni odklon ocenjenih napak vzorcev je 1.619.209. Na Sliki 23 je prikazan histogram simuliranih ocen za ta primer.

Slika 23: Stratificirani MUS: Simulacija vzorca velikosti 400 pri napakah 0, 0.01, 0.05 ali 0.1



4.3.3 Pregled rezultatov simulacij

V Tabeli 10 so prikazani rezultati simulacij za stratificirani MUS za vzorce velikosti 100 in 400 in za napake med 0% in 5% (Napake 1), za napake med 0 in 1 (Napake 2) in za napake 0, 0.01, 0.05 ali 0.1 (Napake 3) in sicer povprečje ocenjenih vzorčnih napak, standardna napaka (SE) ocenjenih vzorčnih napak in dejanska skupna populacijska napaka.

Tabela 10: Pregled rezultatov simulacij za stratificirani MUS

		Napake 1	**Napake 2**	**Napake 3**
n=100	**Povprečje ocenjenih napak**	24.226.175	474.919.562	38.581.437
	SE ocenjenih napak	1.560.393	45.575.222	3.713.369
	Dejanska skupna napaka	24.240.156	474.903.213	38.586.072
n=400	**Povprečje ocenjenih napak**	22.408.575	437.236.749	36.273.249
	SE ocenjenih napak	684.627,3	20.121.732	1.619.209
	Dejanska skupna napaka	22.430.920	437.516.825	36.311.598

Razlika v dejanski skupni napaki populacije med vzorcema izhaja iz dejstva, da so bile za vsak vzorec odstranjene enote z visoko vrednostjo in sicer, za vzorec velikosti 100 ena enota, za vzorec velikosti 400 pa 19 enot in je zato v populaciji za vzorec velikosti 400 osemnajst enot manj kot v populaciji za vzorec velikosti 100, kar vpliva na dejansko skupno napako. Iz simulacij je razvidno, da se najmanjši standardni odklon pojavi v primeru, ko so bile dodeljene napake med 0% in 5%. Povečanje velikosti vzorca iz 100 na 400 ima tudi pri stratifikaciji vpliv na točnost ocen in zmanjšanje standardnega odklona ocenjenih napak.

4.4 Primerjava rezultatov

V Tabeli 11 so prikazani rezultati simulacij za standardni MUS in za stratificirani MUS za vzorce velikosti 100 in 400 in za napake med 0% in 5% (Napake 1), za napake med 0 in 1 (Napake 2) in za napake 0, 0.01, 0.05 ali 0.1 (Napake 3) in sicer povprečje ocenjenih vzorčnih napak, standardna napaka (SE) ocenjenih vzorčnih napak in dejanska skupna populacijska napaka.

Tabela 11: Primerjava rezultatov simulacij za standardni MUS in stratificirani MUS

			Napake 1	**Napake 2**	**Napake 3**
Standardni MUS	**n=100**	**Povprečje ocenjenih napak**	24.235.224	474.857.300	38.631.941
		SE ocenjenih napak	1.569.306	46.249.086	3.613.925
		Dejanska skupna napaka	24.240.156	474.903.213	38.586.072
	n=400	**Povprečje ocenjenih napak**	22.423.990	437.652.048	36.331.016
		SE ocenjenih napak	675.808,2	20.131.732	1.606.253
		Dejanska skupna napaka	22.430.920	437.516.825	36.311.598
Stratificirani MUS	**n=100**	**Povprečje ocenjenih napak**	24.226.175	474.919.562	38.581.437
		SE ocenjenih napak	1.560.393	45.575.222	3.713.369
		Dejanska skupna napaka	24.240.156	474.903.213	38.586.072
	n=400	**Povprečje ocenjenih napak**	22.408.575	437.236.749	36.273.249
		SE ocenjenih napak	684.627,3	20.121.732	1.619.209
		Dejanska skupna napaka	22.430.920	437.516.825	36.311.598

Teoretično so ocene povprečja ocenjenih napak v vzorcu nepristranske, kar je tudi v simulacijah razvidno iz tega, da so v vseh primerih povprečja ocenjenih napak v vzorcih zelo blizu dejanski skupni napaki.

Iz simulacij je razvidno, da je v tem primeru stratificirani pristop v večini primerov zmanjšal variabilnosti v vzorcu in zmanjšal standardne napake ocenjenih napak vzorcev. Predvsem je razlika opazna pri manjši velikosti vzorca. Standardne napake ocenjenih vzorčnih napak so nižje v primeru stratificiranega MUS vzorčenja, tako pri velikosti vzorca 100, kot tudi 400, kar pomeni, da je stratifikacija po velikosti učinkovita.

5 Sklep

Cilj naloge je bil preučiti in primerjati metode vzorčenja in zanesljivost vzorčnih ocen pri revizijah. Opisanih je več metod vzorčenja, za simulacije pa sem izbrala metodi MUS in stratificirani MUS. MUS je metoda vzorčenja na denarno enoto, ki za izbiro vzorcev uporablja verjetnost sorazmerno s knjigovodsko vrednostjo. Stratificirani MUS je nadgrajen s stratifikacijo, ki naj bi zmanjšala variabilnost podatkov znotraj skupin in bi s tem dala bolj točne rezultate.

Izbira metod za simulacijo je bila logična, ker sta bili ti metodi razviti posebej za namene revizije in jih revizorji tudi najpogosteje uporabljajo. Njihova uporabnost je predvsem v preprostosti, v primerjavi z oblikovanjem klasičnih statističnih metod, in v tem, da ne vsebujejo omejitev, kot jih imajo nekatere druge klasične statistične metode.

Simulacije, ki sem jih opravila za namen naloge, so pokazale, da je stratificirani MUS (glede na podatke, ki sem jih imela na razpolago) podal bolj točne ocene in s tem boljše rezultate kot standardni MUS. To pa pomeni, da je bila stratifikacija po velikosti v mojem primeru učinkovita.

6 Literatura

[1] AICPA, Audit Guide: Audit Sampling, *Wiley*. 2016.

[2] Peter J. Bickel, Interference and Auditing: The Stringer Bound. *International Statistical Review* Vol. 60, No. 2 (Aug., 1992) pp. 197-209.

[3] Donald R. Cooper, Pamela S. Schindler, Buseness Research Methods, Twelfth Edition, *McGraw-Hill*. 2013.

[4] European Comission, Guidance on sampling methods for audit authorities Programming periods 2007-2013 and 2014-2020, *EGESIF_16-0014-01*. 20/01/2017.

[5] Evropska komisija, SPOROČILO KOMISIJE EVROPA 2020 Strategija za pametno, trajnostno in vključujočo rast, *COM(2010) 2020 konč.*. 3.3.2010.

[6] Evropska komisija, Evropski strukturni in investicijski skladi. `https://ec.europa.eu/commission/index_sl`. (Datum ogleda: 10. 05. 2018.)

[7] Dan. M. Guy, Douglas R. Carmichael, Ray Whittington, Audit Sampling: An Introduction, Fifth Edition, *Wiley*. 2001.

[8] Huong N. Higgins in Balgobin Nandram, Monetary unit sampling: Improving estimation of the total audit error. *Advances in Accounting, incorporating Advances in International Accounting*, 25 (2009) 174–182.

[9] Paul S. Levy, Stanley Lemeshow, Sampling of Populations Methods and Applications, Third edition, *Wiley*. 1999.

[10] Republika Slovenija, Služba Vlade Republike Slovenije za razvoj in evropsko kohezijsko politiko, EKP 2014-2020. `http://www.svrk.gov.si/si/delovna_podrocja/evropska_kohezijska_politika/ekp_2014_2020/`. (Datum ogleda: 10. 05. 2018.)

[11] John A. Rice, Mathematical Statistics and Data Analysis, Third edition, *Duxbury Press*. 2006.

[12] Probability Sampling: Definition,Types, Advantages and Disadvantages, Statistics How To, 26.6.2015.

`http://www.statisticshowto.com/probability-sampling/`. (Datum ogleda: 03. 05. 2018.)

[13] Housila P. Singh, Abhishek C. Mishra in Surya K. Pal, Improved estimator of the population total in PPS sampling. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, Vol. 47, Issue 4 (2018) 912-934.

[14] Chris J. Skinner, Probability Proportional to Size (PPS) sampling, *Wiley on line Library*. 2016.

[15] Statistical Models and Analysis in Auditing: Panel on Nonstandard Mixtures of Distributions, *Statistical Science*, Vol. 4, No. 1 (1989) pp. 2–33.

[16] UREDBA SVETA (ES) št. 1083/2006 z dne 11. julija 2006 o splošnih določbah o Evropskem skladu za regionalni razvoj, Evropskem socialnem skladu in Kohezijskem skladu in razveljavitvi Uredbe (ES) št. 1260/1999, *Uradni list Evropske unije*, 31.7.2006.

[17] UREDBA SVETA (ES) št. 1198/2006 z dne 27. julija 2006 o Evropskem skladu za ribištvo, *Uradni list Evropske unije*, 15.8.2006.

[18] UREDBA (EU) št. 1303/2013 EVROPSKEGA PARLAMENTA IN SVETA z dne 17. decembra 2013 o skupnih določbah o Evropskem skladu za regionalni razvoj, Evropskem socialnem skladu, Kohezijskem skladu, Evropskem kmetijskem skladu za razvoj podeželja in Evropskem skladu za pomorstvo in ribištvo, o splošnih določbah o Evropskem skladu za regionalni razvoj, Evropskem socialnem skladu, Kohezijskem skladu in Evropskem skladu za pomorstvo in ribištvo ter o razveljavitvi Uredbe Sveta (ES) št. 1083/2006, *Uradni List Evropske unije*, 20.12.2013.

[19] UREDBA KOMISIJE (ES) št. 1828/2006 z dne 8. decembra 2006 o pravilih za izvajanje Uredbe Sveta (ES) št. 1083/2006 o splošnih določbah o Evropskem skladu za regionalni razvoj, Evropskem socialnem skladu in Kohezijskem skladu ter Uredbe (ES) št. 1080/2006 Evropskega parlamenta in Sveta o Evropskem skladu za regionalni razvoj, *Uradni list Evropske unije*, 27.12.2006.

[20] UREDBA KOMISIJE (ES) št. 498/2007 z dne 26. marca 2007 o določitvi podrobnih pravil za izvajanje Uredbe Sveta (ES) št. 1198/2006 o Evropskem skladu za ribištvo, *Uradni list Evropske unije*, 10.5.2007.

[21] DELEGIRANA UREDBA KOMISIJE (EU) št. 480/2014 z dne 3. marca 2014 o dopolnitvi Uredbe (EU) št. 1303/2013 Evropskega parlamenta in Sveta o skupnih določbah o Evropskem skladu za regionalni razvoj, Evropskem socialnem

skladu, Kohezijskem skladu, Evropskem kmetijskem skladu za razvoj podeželja in Evropskem skladu za pomorstvo in ribištvo ter o splošnih določbah o Evropskem skladu za regionalni razvoj, Evropskem socialnem skladu, Kohezijskem skladu in Evropskem skladu za pomorstvo in ribištvo, *Uradni list Evropske unije*, 13.5.2014.

Priloge

A Faktorji zaupanja za MUS

Število napak	Tveganje za napačno sprejetje									
	1%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	37%	40%	50%
0	4.61	3.00	2.30	1.90	1.61	1.39	1.20	0.99	0.92	0.69
1	6.64	4.74	3.89	3.37	2.99	2.69	2.44	2.14	2.02	1.68
2	8.41	6.30	5.32	4.72	4.28	3.92	3.62	3.25	3.11	2.67
3	10.05	7.75	6.68	6.01	5.52	5.11	4.76	4.34	4.18	3.67
4	11.60	9.15	7.99	7.27	6.72	6.27	5.89	5.42	5.24	4.67
5	13.11	10.51	9.27	8.49	7.91	7.42	7.01	6.49	6.29	5.67
6	14.57	11.84	10.53	9.70	9.08	8.56	8.11	7.56	7.34	6.67
7	16.00	13.15	11.77	10.90	10.23	9.68	9.21	8.62	8.39	7.67
8	17.40	14.43	12.99	12.08	11.38	10.80	10.30	9.68	9.43	8.67
9	18.78	15.71	14.21	13.25	12.52	11.91	11.39	10.73	10.48	9.67
10	20.14	16.96	15.41	14.41	13.65	13.02	12.47	11.79	11.52	10.67
11	21.49	18.21	16.60	15.57	14.78	14.12	13.55	12.84	12.55	11.67
12	22.82	19.44	17.78	16.71	15.90	15.22	14.62	13.88	13.59	12.67
13	24.14	20.67	18.96	17.86	17.01	16.31	15.70	14.93	14.62	13.67
14	25.45	21.89	20.13	19.00	18.13	17.40	16.77	15.97	15.66	14.67
15	26.74	23.10	21.29	20.13	19.23	18.49	17.83	17.02	16.69	15.67
16	28.03	24.30	22.45	21.26	20.34	19.57	18.90	18.06	17.72	16.67
17	29.31	25.50	23.61	22.38	21.44	20.65	19.96	19.10	18.75	17.67
18	30.58	26.69	24.76	23.50	22.54	21.73	21.02	20.14	19.78	18.67
19	31.85	27.88	25.90	24.62	23.63	22.81	22.08	21.17	20.81	19.67
20	33.10	29.06	27.05	25.74	24.73	23.88	23.14	22.21	21.84	20.67
21	34.35	30.24	28.18	26.85	25.82	24.96	24.20	23.25	22.87	21.67
22	35.60	31.41	29.32	27.96	26.91	26.03	25.25	24.28	23.89	22.67
23	36.84	32.59	30.45	29.07	28.00	27.10	26.31	25.32	24.92	23.67
24	38.08	33.75	31.58	30.17	29.08	28.17	27.36	26.35	25.95	24.67
25	39.31	34.92	32.71	31.28	30.17	29.23	28.41	27.38	26.97	25.67
26	40.53	36.08	33.84	32.38	31.25	30.30	29.46	28.42	28.00	26.67
27	41.76	37.23	34.96	33.48	32.33	31.36	30.52	29.45	29.02	27.67
28	42.98	38.39	36.08	34.57	33.41	32.43	31.56	30.48	30.04	28.67
29	44.19	39.54	37.20	35.67	34.49	33.49	32.61	31.51	31.07	29.67
30	45.40	40.69	38.32	36.76	35.56	34.55	33.66	32.54	32.09	30.67
31	46.61	41.84	39.43	37.86	36.64	35.61	34.71	33.57	33.11	31.67
32	47.81	42.98	40.54	38.95	37.71	36.67	35.75	34.60	34.14	32.67
33	49.01	44.13	41.65	40.04	38.79	37.73	36.80	35.63	35.16	33.67
34	50.21	45.27	42.76	41.13	39.86	38.79	37.84	36.66	36.18	34.67
35	51.41	46.40	43.87	42.22	40.93	39.85	38.89	37.68	37.20	35.67
36	52.60	47.54	44.98	43.30	42.00	40.90	39.93	38.71	38.22	36.67
37	53.79	48.68	46.08	44.39	43.07	41.96	40.98	39.74	39.24	37.67
38	54.98	49.81	47.19	45.47	44.14	43.01	42.02	40.77	40.26	38.67
39	56.16	50.94	48.29	46.55	45.20	44.07	43.06	41.79	41.28	39.67
40	57.35	52.07	49.39	47.63	46.27	45.12	44.10	42.82	42.30	40.67
41	58.53	53.20	50.49	48.72	47.33	46.17	45.14	43.84	43.32	41.67
42	59.71	54.32	51.59	49.80	48.40	47.22	46.18	44.87	44.34	42.67
43	60.88	55.45	52.69	50.87	49.46	48.27	47.22	45.90	45.36	43.67
44	62.06	56.57	53.78	51.95	50.53	49.32	48.26	46.92	46.38	44.67
45	63.23	57.69	54.88	53.03	51.59	50.38	49.30	47.95	47.40	45.67
46	64.40	58.82	55.97	54.11	52.65	51.42	50.34	48.97	48.42	46.67
47	65.57	59.94	57.07	55.18	53.71	52.47	51.38	49.99	49.44	47.67
48	66.74	61.05	58.16	56.26	54.77	53.52	52.42	51.02	50.45	48.67
49	67.90	62.17	59.25	57.33	55.83	54.57	53.45	52.04	51.47	49.67
50	69.07	63.29	60.34	58.40	56.89	55.62	54.49	53.06	52.49	50.67