

**PODIPLOMSKI ŠTUDIJSKI PROGRAM 2. STOPNJE**  
**MATEMATIKA S FINANČNIM INŽENIRINGOM**

**OPISI PREDMETOV**

**OBVEZNI PREDMETI ŠTUDIJSKEGA PROGRAMA**

Ime predmeta: **IZBRANA POGLAVJA IZ ANALIZE**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Predavajo se najpomembnejše raziskovalno aktualne teme iz področja analize, ki med drugimi lahko vključujejo naslednja vsebinska podpodročja

- diferenciable mnogoterosti
- Liejeve Grupe
- Sardov izrek
- vektorska polja na mnogoterostih
- diferencialne forme
- Stokesov izrek

Ime predmeta: **MATEMATIČNA MODELIRANJA**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Predavajo se najpomembnejše raziskovalno aktualne teme iz teorije matematičnega modeliranja, ki med drugimi lahko vključujejo naslednja vsebinska podpodročja

- Optimizacija (Minimum, maksimum in sedlo. Taylorjeva formula za skalarna polja. Tip stacionarne točke. Vezani ekstremiti. Diskretna verižnica. Newtonova metoda. Metoda zveznega nadaljevanja. Ravnotežje paličja.)
- Variacijski račun (Standardna variacijska naloga. Izoperimetrični problem. Nihanje paličja. Rotirajoča os. Oblika rotirajoče vrvi.)
- Torzija (Navierjeve enačbe. Obremenitev na nateg.)
- Statistika (Test  $\chi^2$ . Nepristransko ocenjevanje. Statistične simulacije.)
- Kombinatorična optimizacija (Optimizacijske naloge. Transportna naloga. Najkrajša pot po grafu. Naloga o maksimalnem pretoku. Naloga o trgovskem potniku. Kombinatorična optimizacija.)
- Linearno programiranje (Linearni program. Umetna krmila. Žaganje debel. Nestandardne oblike lineranih programov. Terminologija. Kombinatorična narava linearnega programiranja. Metoda simpleksov.)
- Žaganje (Formulacija naloge. Algoritem. Problem nahrbtnika.)
- Teorija dualnosti (Definicija dualnosti. Izrek o dualnosti. Optimalnost metode simpleksov.)
- Algebraična teorija grafov (Pojem grafa. Omrežje. Izrek o podprostorih. Cikli in kocikli. Dimenzije podprostorov  $C$  in  $K$ . Baza v  $K$ . Reševanje enačbe  $Ax=\chi$ . Baza v  $C$ .)
- Out of Kilter (Naloga. Redukcija na krožne tokove. Dualnost. Mintyjeve izrek.)

Ime predmeta: **VERJETNOST II**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Izidi, dogodki,  $\sigma$ -algebre

- Množica vseh možnih izidov.
- $\sigma$ -algebre dogodkov, verjetnostne mere.
- Sistemi dogodkov, Dynkinova lema.
- Neodvisnost dogodkov in sistemov dogodkov.

Porazdelitve kot mere

- Porazdelitev kot prenos verjetnostne mere
- Diskretnost, gostota porazdelitve
- Funkcije slučajnih spremenljivk
- Večrazsežne porazdelitve, robne porazdelitve, neodvisnost.

Pričakovana vrednost

- Pričakovana vrednost kot abstraktni integral.
- Pričakovana vrednost kot integral po porazdelitvi.
- Varianca in kovarianca.

Pogojna pričakovana vrednost

- Pogojevanje na dogodke in diskretne slučajne spremenljivke.
- Pogojevanje na splošne slučajne spremenljivke in  $\sigma$ -algebre, obstoj.
- Lastnosti pogojne pričakovane vrednosti.
- Pogojna porazdelitev.
- Pogojni izrek o monotoni in dominirani konvergenci.

Transformacije slučajnih spremenljivk

- Rodovne funkcije
- Karakteristične funkcije, izrek o edinosti.

Konvergenca slučajnih spremenljivk

- Vrste konvergenč in povezave med njimi.
- Prva in druga Borel-Cantellijeva lema.
- Zakoni velikih števil.
- Konvergenca v porazdelitvi.
- Aproksimacija porazdelitev.

Martingali

- Definicije in osnovne lastnosti.
- Izrek o opcijskem ustavljanju.
- Konvergenca martingalov.
- Maksimalne neenakosti.

Ime predmeta: **FINANČNI TRGI**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Ekonomске in finančne institucije

- opredelitev institucionalnega okvirja, motivov in akcij udeležencev
- definicija osnovnih institucionalnih pojmov (institucij, instrumentov)
- opredelitev politično – ekonomskega konteksta, ter pravnih omejitev

Osnove ekonomske analize

- ponudba in povpraševanje, elastičnosti, stabilnosti cen
- funkcija koristnosti in odločitve posameznikov ter podjetij

Teorija tržnih struktur

- popolna konkurenca
- monopol
- duopol (modeli Bertranda, Cournota in Stalckenberga)

Teorija gospodarske rasti

- proizvodna funkcija in njena analiza
- stabilnost gospodarske rasti
- trg dela, investicije in kapital

Monetarna politika

- kvantitativna teorija denarja in trg denarja (s stabilnostjo cen in monetarno politiko)
- teorija racionalnih pričakovanj
- teorija obrestnih mer (Taylorjevo pravilo, odločitveno pravilo centralne banke)
- stabilnost cen v gospodarstvu (diferencialne enačbe drugega reda)

Fiskalna politika

- davki in davčne distorzije (ponudnikov/potrošnikov presežek)
- politika državnega proračuna in ostalih blagajin

Ime predmeta: **IZBRANA POGLAVJA IZ ALGEBRE**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Predavajo se najpomembnejše raziskovalno aktualne teme iz področja algebre, ki med drugimi lahko vključujejo naslednja vsebinska podpodročja:

- Linearna algebra,
- Teorija grup,
- Teorija kolobarjev,
- Teorija obsegov, Galoisova teorija.

Ime predmeta: **IZBRANA POGLAVJA IZ NUMERIČNIH METOD**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Predavajo se najpomembnejše raziskovalno aktualne teme iz področja numeričnih metod, ki med drugimi lahko vključujejo naslednja vsebinska podpodročja:

- Aproksimacija funkcij.
- Numerično reševanje navadnih diferencialnih enačb.
- Numerično reševanje parcialnih diferencialnih enačb.
- Numerična optimizacija.
- Numerično reševanje velikih linearnih sistemov in računanje lastnih vrednosti velikih sistemov.
- Bezierove krivulje in ploskve.

Ime predmeta: **IZBRANA POGLAVJA IZ DISKRETNE MATEMATIKE**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Predavajo se najpomembnejše raziskovalno aktualne teme iz področja diskretne matematike, ki med drugimi lahko vključujejo naslednja vsebinska podpodročja

- Teorija konfiguracij
- Teorija grafov
- Algebraične metode v teoriji grafov,

- Teorija velikih omrežij in analiza,
- Učenje na omrežjih,
- Slučajni sprehodi na grafih,
- Svetovni splet kot graf.

Ime predmeta: **STATISTIČNI PRAKTIKUM**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Pregled osnov jezika R:

- Izrazi in objekti
- Funkcije in argumenti
- Vektorji in matrike
- Faktorji
- Okviri podatkov
- Računske operacije

Okolje jezika R:

- Delovni prostor
- Izpisi
- Vgrajeni podatki
- Grafika
- Programiranje
- Vnos podatkov

Zbiranje podatkov: viri, zbirke podatkov in etika

Primeri uporabe:

- Verjetnostne porazdelitve in preizkušanje domnev
- Opisne statistike
- RCT (Fisher in Neyman), D-in-D, RDD
- Regresija
- IV regresija
- Linearni modeli in nelinearne transformacije
- Logistična regresija
- Analiza časovnih vrst.

Ime predmeta: **STATISTIKA**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Predavajo se najpomembnejše raziskovalno aktualne teme iz področja matematične statistike, ki med drugimi lahko vključujejo naslednja vsebinska podpodročja:

Zadostne statistike

- Definicija zadostne statistike.
- Faktorizacijski izrek.

Teorija optimalnosti pri ocenjevanju parametrov

- Nepristranske cenilke.
- Koncept optimalne cenilke.
- Cramér-Raov izrek.
- Optimalne cenilke.

Ime predmeta: **STOHAŠTIČNI PROCESI**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

- Predhodna sredstva iz analize, Stieltjesov integral, funkcije s končno totalno variacijo.
- Martingali, izrek o opcijskem ustavljanju, maksimalne neenakosti, Doobova neenakost.
- Brownovo gibanje: konstrukcija Brownovega gibanja, lastnosti trajektorij, markovska lastnost, princip zrcaljenja, martingali povezani z Brownovim gibanjem.
- Itôv integral, Itôva izometrija, lastnosti integrala, Itôva formula, izrek o lokalizaciji, lokalni martingali, kvadratična variacija, posplošitev na splošne integrale.

Ime predmeta: **TEORIJA IGER**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

- Problemi odločanja v strateških situacijah.
- Osnovni koncepti teorije iger: igralci, poteze, zaslužek, matrična igra z dvema igralcema.
- Igre v normalni obliki: dominirane poteze, najboljši odgovor, Nashevo ravnovesje, mešane poteze, obstoj Nashevega ravnovesja, pomembni primeri.
- Igre v normalni obliki v praksi: modeliranje, odločanje ljudi.
- Dinamične igre, igre v razvejeni obliki: strategije, Nashevo ravnovesje, povratna indukcija, podigre, perfektno ravnovesje, pomembni primeri.
- Ponavljane igre: neskončno ponavljanje, končno ponavljanje, Ljudski izrek.
- Dinamične igre v praksi: razlike med teorijo in resničnim človeškim odločanjem.
- Odločanje brez skupnega znanja: dinamične igre z nepopolno informacijo, sekvenčno ravnovesje.
- Evolucijska teorija iger.

Ime predmeta: **VREDNOTENJE FINANČNEGA INSTRUMENTARIJA**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Stohastične diferencialne enačbe

- Formulacije in definicija rešitve.
- Obstoj in enoličnost rešitev.

Vrednotenje z arbitražo

- Modeli za gibanje cen vrednostnih papirjev.
- Pogoje terjatve.
- Varovanje v zveznem času.
- Izrek Girsanova in zamenjava mere.
- Izrek o martingalski reprezentaciji.
- Vrednotenje v Black-Sholesovem modelu.
- Grki.
- Ameriške opcije.

Modeli obrestnih mer.

- Osnovni modeli za obrestne mere.
- Opcije na obrestne mere.

Ime predmeta: **VREDNOTENJE ZAVAROVALNIŠKIH PRODUKTOV**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Modeliranje tveganj

- Mere tveganja.
- Modeli življenjske dobe, modeliranje tveganja dolgoživosti.
- Modeli tveganja iz naslova obrestnih mer.
- Agregatne škode za kratkoročne pogodbe.
- Lundbergov proces.
- Modeli gibanja naložb.
- Učinek pozavarovanja.
- Modeliranje tveganj v neživljenjskem zavarovanju.
- Osnove rezerviranja pri neživljenjskih zavarovanjih.

Življenjska zavarovanja

- Tipi zavarovalnih pogodb.
- Podatki za preverjanje.
- Določanje cen.
- Določanje rezervacij.
- Modeli redistribucije presežkov.
- Obvladovanje tveganj pri življenjskih zavarovanjih.

Ime predmeta: **FINANČNO INŽENIRSKI PRAKTIKUM**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Vodeno izvajanje večjih skupinskih projektnih nalog iz finančne matematike oziroma aktuarstva s pravimi podatki in ustreznimi računalniškimi programi: praktično vrednotenje opcij, rekurzivne metode, metode na podlagi simulacij, ocenjevanje "grkov", diferenčne metode, analiza posameznih vrednostnih papirjev, izbira optimalne naložbene strategije in njena numerična implementacija, Monte-Carlo metode, vrednotenje opcij na obrestne mere ali menjalne tečaje, sledenje realnim trgom v tem smislu naučiti se poiskati cene za dejanske vrednostne papirje, simuliranje trgovanja z namišljenim denarjem, določanje premij kompleksnih zavarovalnih produktov, uporaba probit ali logit modelov za ocenjevanje tveganja, ocenjevanje verjetnosti bankrota, računanje matematičnih rezervacij, ocenjevanje dolgoročnega tveganja zavarovalnice, vrednotenje "unit-link" produktov, vrednotenje zavarovalniških produktov z naložbenim tveganjem, optimalne naložbene strategije pri danem maksimalnem tveganju.

**IZBIRNI PREDMETI**

*(V nadaljevanju so predstavljeni kratki opisi vseh notranje izbirnih predmetov študijskega programa. V seznamu notranje izbirnih predmetov v Tabeli 4 so navedeni le izbirni predmeti, ki se izvajajo v letošnjem oz. so se izvajali v preteklem študijskem letu.)*

Ime predmeta: **IZBRANA POGlavJA IZ TEORIJE KONČNIH GEOMETRIJ**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Predavajo se najpomembnejše raziskovalno aktualne teme iz teorije končnih geometrij, ki med drugimi lahko vključujejo naslednja vsebinska podpodročja

- Steinerjevi sistemi
- Načrti

- Skoraj linearni prostori
- Linearni prostori
- Konfiguracije, Desarguesove in Pappusove konfiguracije
- Projektivni prostori
- Afini prostori
- Polarni prostori
- Posplošeni četverkotniki
- delne geometrije

Ime predmeta: **IZBRANA POGlavJA IZ TEORIJE ŠTEVIL**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Predavajo se najpomembnejše raziskovalno aktualne teme iz izpodročja teorije števil, ki med drugimi lahko vključujejo naslednja vsebinska podpodročja:

- Diofanske enačbe,
- Geometrija števil,
- Aditivna teorija števil,
- Algebraična teorija števil.

Ime predmeta: **ALGEBRAIČNA KOMBINATORIKA**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Predavajo se najpomembnejše raziskovalno aktualne teme iz področja algebraične kombinatorike, ki med drugimi lahko vključujejo naslednja vsebinska podpodročja

- Lastne vrednosti grafa;
- Grupa avtomorfizmov grafa;
- Simetrije grafa;
- Grafi s tranzitivno grupo avtomorfizmov (točkovno-tranzitivni grafi, povezavno-tranzitivni grafi, ločno-tranzitivni grafi, razdaljno-tranzitivni grafi);
- Krepko regularni grafi in algebraične metode.

Ime predmeta: **IZBRANA POGlavJA IZ FUNKCIONALNE ANALIZE**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Predavajo se najpomembnejše raziskovalno aktualne teme iz področja funkcionalne analize, ki med drugimi lahko vključujejo naslednja vsebinska podpodročja

- Topološki vektorski prostori. Posplošena zaporedja.
- Šibka\* kompaktnost.
- Operatorji na Banachovem in Hilbertovem prostoru.
- Banachove algebra,  $C^*$  algebre in von Neumannove algebre.

Ime predmeta: **IZBRANA POGlavJA IZ KOMPLEKSNE ANALIZE**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Predavajo se najpomembnejše raziskovalno aktualne teme iz področja kompleksne analize, ki med drugimi lahko vključujejo naslednja vsebinska podpodročja

- Holomorfne, harmonične, subharmonične funkcije.
- Holomorfne funkcije več spremenljivk.

Ime predmeta: **IZBRANA POGLAVJA IZ TOPOLOGIJE**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Predavajo se najpomembnejše raziskovalno aktualne teme iz topologije, ki med drugimi lahko vključujejo naslednja vsebinska področja

- Mnogoterosti in Riemannove mnogoterosti.
- Algebraična topologija.

Ime predmeta: **TEORIJA KONČNIH OBSEGOV**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Predavajo se najpomembnejše raziskovalno aktualne teme iz teorije končnih obsegov, ki med drugimi lahko vključujejo naslednja vsebinska področja:

- Struktura končnih polj,
- Polinomi nad končnimi polji,
- Faktorizacija polinomov,
- Enačbe nad končnimi polji,
- Uporaba končnih polj.

Ime predmeta: **TEORIJA PERMUTACIJSKIH GRUP**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

Predavajo se najpomembnejše raziskovalno aktualne teme iz teorije permutacijskih grup, ki med drugimi lahko vključujejo naslednja vsebinska področja:

- Delovanja grup.
- Orbite in stabilizatorji.
- Razširitev do večkratne tranzitivnosti.
- Primitivnost in neprimitivnost.
- Permutacijske grupe in grafi.
- Avtomorfizmi grafov, Cayleyevi grafi.
- Grafi z visoko stopnjo simetrije.
- Permutacijske grupe in dizajni.

Ime predmeta: **ČASOVNE VRSTE**

Število ECTS kreditnih točk: **6**

**Vsebina:**

- Uvod: primeri časovnih vrst, stacionarnost, pristopi k modeliranju časovnih vrst, transformacije časovnih vrst.
- Stacionarni procesi: definicija, lastnosti, avtokorelacijska funkcija, napovedovanje stacionarnih procesov, ARMA modeli.
- ARMA modeli: avtokorelacijska in parcialna avtokorelacijska funkcija, ocenjevanje, diagnostične metode, napovedovanje.
- Nestacionarne in sezonske časovne vrste: ARIMA modeli, SARIMA modeli, napovedovanje pri nestacionarnih časovnih vrstah.



- Večrazsežne časovne vrste: stacionarnost, večrazsežni ARIMA modeli, ocenjevanje parametrov, napovedovanje.
- Uvod v ARCH in GARCH procese.